Caractérisation cinématique d'un fond poreux en interaction avec la houle

A. MOUHID Mustapha[1], CHAGDALI1 Mohamed

Université Hassan II Casablanca Faculté des Sciences Ben M'Sik, LPPPC Casablanca Maroc
1mouhidmustapha@gmail.com

Résumé :

Dans ce travail, on s'intéresse à la caractérisation cinématique de l'écoulement dans un milieu poreux en présence d'un forçage harmonique par la houle. Cette problématique est motivée par le besoin de comprendre les conditions de remobilisation des sédiments internes. L'approche utilisée est une combinaison des formalismes analytiques et numériques. Le milieu externe est modélisé par la théorie potentielle de la houle et le milieu poreux est celui de Forchheimer. Le résultat original est celle de la construction de la relation de dispersion du milieu externe en fonction des paramètres caractéristiques du milieu poreux.

Mots clés : Milieu poreux, cinématique de la houle, modèle de Forchheimer, relation de dispersion généralisée.

1. Introduction :

La perméabilité des milieux poreux induit un écoulement interne et des flux non négligeables au travers les interfaces poreuses-milieu externe lorsque l'écoulement est forcé par la houle. La motivation de ce travail est basée sur le fait la frontière entre le milieu poreux et le milieu externe est une zone extrêmement sensible à cause des gradients propriétés physiques comme la vitesse et la pression. Ces zones de gradient sont sensibles à la pollution due à des grains sédimentaires enrobés de polluant comme du pétrole ou transportant d'infimes particules radioactives.
La démarche consiste à analyser la réponse d'un milieu poreux au forçage de la houle harmonique en particulier à son effet d'inertie. Le modèle théorique utilisé est celui de Forchheimer adapté aux écoulements instationnaires et qui permet de tenir en compte les forces de frottement et les termes d'inertie [1]. Ce modèle non linéaire introduit des paramètres hydrodynamiques comme le coefficient de masse ajoutée, le coefficient de traînée turbulente et le coefficient inertiel dépendant de la porosité et la perméabilité. Ces paramètres seront ajustés par analogie à des approches analytique linéaire en utilisant le principe de conservation de l'énergie (Principe de Lorentz).

2- Formulation mathématique :

2-1 Modélisation du milieu poreux

A l'échelle du pore, l'équation de Navier-Stokes pour un fluide irrotationnel peut s'écrire :

$$\frac{\partial \vec{q}}{\partial t} + 0.5\,\mathrm{grad}\left(\vec{q}^{2}\right) = -\frac{1}{\rho}\mathrm{grad}(P) - \vec{g} + \vec{F}_r$$

Où : q est une vitesse d'infiltration moyenne à l'échelle du pore, ρ la densité volumique du fluide, P la pression, g est la constante de gravitation et F_r les forces résistantes à l'échelle du pore.
Dans le modèle de Forchheimer explicite les forces résistantes à l'échelle macroscopique sous la forme :

$$\vec{F}_r = \left(-\frac{\nu}{\sigma} - \frac{C_f}{\sqrt{\sigma}}\left\|\vec{U}\right\|\right)\ \varepsilon\ \vec{U} - C_m\,\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon}\frac{\partial \vec{U}}{\partial t}$$

Où ε est la porosité, σ la perméabilité intrinsèque, ν la viscosité cinématique et $\vec{U} = \varepsilon\ \vec{q}$

La perméabilité intrinsèque peut être définie par l'expression :

$$\sigma = \frac{\varepsilon^2\ d^2}{\alpha(1-\varepsilon)^3}$$

Ou **d** est le diamètre des particules et **α** le coefficient de tortuosité.

- Le premier terme est celui de Darcy. Il correspond au régime laminaire.
- Le deuxième terme est non linéaire. Il est associé à la turbulence. C_f le coefficient de résistance ou de traînée ou de frottement lié au régime turbulent.
- Le dernier terme est un terme d'inertie associé à l'instationnarité de l'écoulement. C_m est le coefficient de masse ajoutée associé aux particules constituant le milieu poreux granulaire.

L'équation du mouvement moyennée à l'échelle macroscopique devient :

$$\left(1 + C_m\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon}\right)\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + 0.5\frac{1}{\varepsilon}\mathrm{grad}\left(\vec{U}^2\right) = -\frac{1}{\rho}\mathrm{grad}(P) - \vec{g} - \left(-\frac{\nu}{\sigma} - \varepsilon\frac{C_f}{\sqrt{\sigma}}\left\|\vec{U}\right\|\right)\ \varepsilon\ \vec{U}$$

On note s le un coefficient inertiel défini par :

$$s = \left(1 + C_m \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon}\right)$$

La linéarisation de l'équation du mouvement peut s'obtenir en négligeant le terme convectif et en utilisant la procédure de Lorentz qui consiste à remplacer le terme de dissipation par l'expression linéaire [1] :

$$\left(-\frac{\nu}{\sigma} - \varepsilon \frac{C_f}{\sqrt{\sigma}} \left\| \vec{U} \right\| \right) \varepsilon \, \vec{U} = f\omega\vec{U}$$

Ou f est un coefficient de dissipation.

Avec l'hypothèse de Lorentz, le modèle de Forchheimer devient linéaire et il s'écrit sous la forme : est linéarisé selon l'hypothèse de LORENTZ (on reviendra au calcul de f) de la manière suivante :

$$s \frac{\partial \vec{\mathrm{U}}}{\partial \mathrm{t}} = -\frac{1}{\rho} \mathrm{grad}(\mathrm{P} + \mathrm{g}\,\mathrm{z}) - f \,\omega\, \vec{U}$$

2-2 Modélisation du milieu externe

Pour un écoulement irrotationnel et un fluide parfait, l'équation de Navier-Stokes s'écrivent sous la forme :

$$\frac{\partial \vec{\mathrm{U}}}{\partial \mathrm{t}} + 0.5\,\mathrm{grad}\left(\vec{\mathrm{U}}^2\right) = -\frac{1}{\rho}\mathrm{grad}(\mathrm{P}) - \vec{\mathrm{g}}$$

1.3 Conditions aux limites

On aura deux types de conditions aux limites :

- Les conditions sur la surface libre qui traduisent la continuité de la pression et le fait que la surface libre est matérielle.
- Les conditions sur l'interface qui traduisent la continuité du flux et de la pression.

2.4 Formulation potentielle dans les deux milieux

Nous supposons que le milieu poreux est rigide, indéformable et isotherme, l'écoulement est restreint à un écoulement irrotationnel (potentiel), harmonique, plan et à surface libre et que le fluide est incompressible, isotherme et parfait.

Dans ces conditions le problème se formule de la manière suivante :

Trouvez le potentiel des vitesses, la forme de la surface libre et la relation de dispersion tel que :

Dans tout le domaine d'étude

$$\Delta\phi(x,y) = 0$$

$$s\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{\rho}P + g\,z + f\;\omega\;\phi = 0 \qquad \begin{cases} s = 1 \quad f = 0 \quad \textit{écoulement externe} \\ s \textit{ donnée} \quad f \textit{ calculé} \quad \textit{milieu poreux} \end{cases}$$

Conditions aux limites :

La condition de continuité de la pression est formulée par l'équation Bernoulli.

2. Résolution analytique :

3.1 Principe de la méthode de résolution

La méthode de résolution analytique est composée des étapes suivantes :

- Recherche d'une solution harmonique par la méthode de séparation des variables
- Choix des solutions propagatrices
- Résolution d'un système algébrique
- Analyse de la solution.

3.2 Calcul du coefficient de Lorenz f :

La linéarisation de l'équation de FORCHHEIMER est basée sur le principe de LORENTZ (Energie équivalent) :

$$E_{linéaire} = E_{nonlinéaire}$$

Où $E_{linéaire}$ et $E_{non\ linéaire}$ désignent respectivement les énergies de dissipation moyennes linéaire et non linéaire sur un sous domaine $\Omega_i=[h_{i-1},h_i]$ et une période T.

$$f\omega\vec{U} \rightarrow \varepsilon \left(-\frac{\nu}{\sigma} - \varepsilon\frac{C_f}{\sqrt{\sigma}}\left\|\vec{U}\right\|\right) \vec{U}$$

$$E_{linéaire} = \iint f\omega\left\|\vec{U}\right\|^2 dtd\tau = \iint \varepsilon \left(\frac{\nu}{\sigma} + \varepsilon\frac{C_f}{\sqrt{\sigma}}\left\|\vec{U}\right\|\right)\left\|\vec{U}\right\|^2 dtd\tau = E_{nonlinéaire}$$

Cette expression nous permet de calculer d'une manière itérative le coefficient f. la procédure itérative est basée sur l'algorithme de Newton. **Le c**ritère de convergence :

$$\left| \mathbf{f}_n - \mathbf{f}_{n-1} \right| \leq \boldsymbol{\varepsilon}\ (\approx \mathbf{10^{-5}})$$

3. Résultats dans le cas où le fond est constitué de deux sous couches poreuses.

Le domaine dans ce cas est constitué du domaine extérieur de profondeur h_0=5 m et du milieu poreux avec deux couches de nature différente et d'épaisseur respectif h_{10}=0.20 (m) h_{21}=0.30 (m)

Sur la figure ci-dessous, on présente la forme de la surface libre

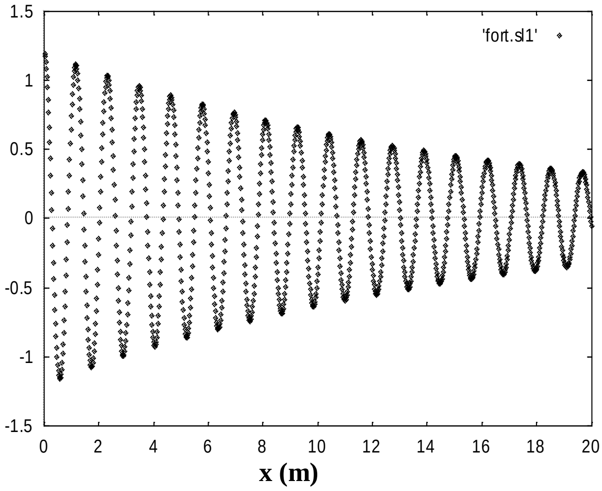

Figure1: Evolution de la surface libre le long de l'axe de la propagation.

L'effet d'atténuation de l'onde (surface libre) est visible sur les résultats obtenus.
Ce résultats est prévisible et il peut être analysé en fonction de paramètres de la profondeur , de la longueur d'onde et de la période d'une part et des paramètres caractéristique du milieu poreux d'autre part (porosité, perméabilité ..)
On présente sur la figure ci-dessous le profil de la vitesse horizontale.
L'écoulement garde son caractère oscillatoire amortie en fonction de la profondeur. La remobilisation des sédiments ne peut concerner que l'interface houle milieu poreux.

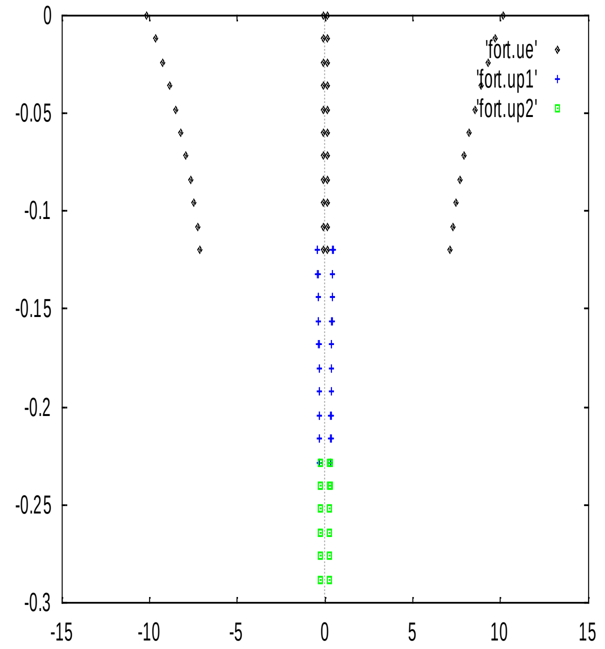

Figure2 : Profil de vitesse horizontale

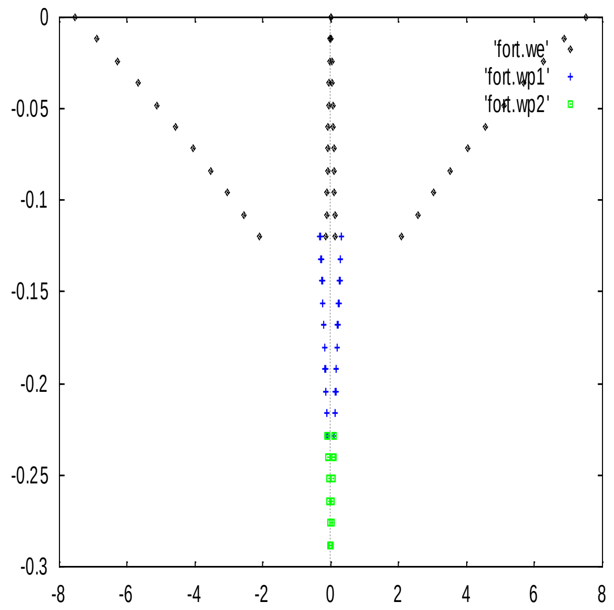

Figure3 : Profil vertical de la vitesse

4. Conclusion :

Par une approche analytique, on a analysé l'interaction houle-fond poreux. Ce modèle est en mesure de définir la profondeur limite de l'interaction de la houle avec un fond poreux. En perspectif, nous sommes en train d'élaborer un programme général dans le cas où le milieu poreux est constitué de plusieurs couches poreuses de caractéristique physique et géométrique différente. L'objectif final est de trouver les conditions minimales de remobilisation des sédiments dans le fond marin d'un multicouche.

Références :

[1] J. Brossard, M. Chagdali 2003 ''Interaction houle fond poreux : Analyse au premier ordre '' 6ème congrès de Mécanique Tanger

[2] C. K.Sollitt, R.H.Cross ''Wave transmission through permeable breakwaters''Proc.13th Coastal Engineering Conference. ASCE Vancouver (1972) 1827-1846.