Maintenance des systèmes complexes opérant une séquence alternée de missions et d'arrêts programmés

A. KHATAB[1], E. H. AGHEZZAF[2], O. OUSSOUADDI[3]

1. Laboratory of Industrial Engineering, Production and Maintenance. Lorraine University, National school of Engineering. Metz, France. (e-mail : abdelhakim.khatab@univ-lorraine.fr).
2. Department of Industrial Systems Engineering and Product Design. Faculty of Engineering and Architecture, Ghent University, Belgium. (e-mail : ElHoussaine.Aghezzaf@UGent.be)
3. Université Moulay Ismail, FS, LEM2A, Meknès, Maroc. (email : o.oussouaddi@umi.ac.ma)

Résumé : Cet article traite d'un problème de décision en maintenance des systèmes multi-composants, réalisant plusieurs missions avec des arrêts planifiés (programmés) entre deux missions consécutives. Chaque composant du système se détériore avec l'âge et l'usage (usure), et ce graduellement selon un processus de dégradation stochastique. Afin d'améliorer la fiabilité du système pour la prochaine mission, des actions de maintenance sont exécutées pendant des arrêts programmés. Compte tenu des ressources limitées en termes de durée de la pause et du budget, tous les composants ne peuvent êtres maintenus. Le problème consiste alors à trouver un sous-ensemble optimal de composants à maintenir minimisant les couts de maintenances et permettant de garantir un niveau de fiabilité minimal requis pour le système à opérer sa prochaine mission. Un modèle mathématique d'optimisation est alors proposé et discuté. L'approche sera illustréée sur un exemple de système ayant des composants mécaniques dont l'usure est la principale cause de détérioration.

Mots clés : *Fiabilibité ; Maintenance ; Processus stochastique ; Optimisation.*

1 Introduction

De nombreux systèmes industriels tels que les systèmes de transport maritime ou avionique et les systèmes de fabrication fonctionnent en alternant une séquence de missions et de pauses programmées. Ces systèmes sont souvent comlexes et intègrent entre autres des composants mécaniques qui sont endomagés par des processus d'usure de fatigue, de déformation, etc. Pour préparer le système à réaliser la prochaine mission avec un niveau de performance requis, des activités de maintenance sont généralement effectuées sur les composants du système, et ce pendant les arr êts programmés. Cependant, en raison de la limitation de la durée de ces arr êts et de celle du budget de maintenance, il est souvent impossible que tous les composants du système soit maintenus. En réalité, il est nécessaire de sélectionner d'abord un sous-ensemble de composants à maintenir, puis de sélectionner le niveau de maintenance à exécuter sur ces composants sélectionnés. Ce type de politique de maintenance est connu dans la littérature sous le nom de maintenance sélective.

De la revue de littérature effectuée, il est constaté que la maintenance sélective n'a été abordée que sur la base de la distribution des durées de vie des composants du système (voir [1] et les références qui y figurent). Le principal inconvénient de cette approche est qu'elle permet seulement d'évaluer en fonction de l'âge si un composant est en état de fonctionnement ou en état de panne. Cependant, les composants, en général, et mécaniques en particulier, du système subissent des dommages et se détériorent avec l'âge mais aussi avec l'usage. Il est donc plus pratique de baser les défaillances des composants sur un modèle se référant aux conditions physiques d'exploitation des composants [2].

Le présent travail étudie le problème de maintenance sélective pour un système multi-composants. Sans perte de généralité, un composant est supposé se dégrader graduellement selon un processus stochastique Gamma et tombe en panne une fois que son niveau de dégradation franchit un seuil donné. Un tel modèle de dégradation convient particulièrement aux composants mécaniques et permet de caractériser l'accumulation monotone des dommages subis au fil du temps [2]. Pour diminuer cette dégradation, chaque composant peut recevoir plusieurs niveaux de maintenance. Chaque niveau de maintenance est caractérisé par un coefficient dit de réduction de la dégradation. Afin d'améliorer le niveau de fiabilité du système à exécuter sa prochaine mission, des activités de maintenance sont effectuées sur les composants du système pendant les arrêts programmés. En raison des ressources limitées en maintenance (temps alloué à chaque arrêt, budget, etc.) tous les composants ne peuvent probablement pas être maintenus. Dans ce cas, le problème de la maintenance sélective se pose. Il consiste, pour un objectif donné, à sélectionner d'abord un sous-ensemble de composants et ensuite à choisir le niveau de maintenance à effectuer sur chacun de ces composants sélectionnés. Dans le présent papier, l'objectif du problème d'optimisation de la maintenance sélective est de minimiser le coût total en maintenance sujet à deux contraintes. La première contrainte ess celle du niveau minimal requis en fiabilité, tandis que la deuxième contrainte permet de tenir compte de la durée limitée des arrêts.

2 Description du système et modèle de dégradation

Nous considérons un système ayant, sans perte de généralité, un diagramme bloc de fiabilité série-parallèle composé de n sous-systèmes dont chacun est composé de N_i $(i = 1, \ldots, n)$ composants C_{Ij} $(j = 1, \ldots, N_i)$. Nous supposons que le système vient tout juste de terminer la mission en cours et une entame un arrêt planifié d'une durée $\mathcal{T}_0$ pendant laquelle des activités de maintenace peuvent avoir lieu. Ensuite, le système exécutera la prochaine mission de durée connue U avec un niveau minimal requis de fiabilité. Deux variables d'état binaire Y_{ij} et X_{ij}) sont utilisées et caractérisent l'état d'un composant C_{ij} à la fin et au début de chaque mission. $X_{ij} = 1$ si C_{ij} fonctionne normalement à la fin de la mission en cours, et $X_{ij} = 0$ sinon. $Y_{ij} = 1$ si C_{ij} fonctionne au début de la prochaine mission et $Y_{ij} = 0$ sinon.

Le processus de dégradation du composant C_{ij} est un processus stochastique Gamma tel que : (**1**) $\{\xi_{ij}(t) : t \geq 0\ \}$, $\xi_{ij}(0) = 0$ avec la probabilité 1, (**2**) $\xi_{ij}(t)$ a des incréments indépendants, et (**3**) pour $0 \leq s < t$, la variable aléatoire $\Delta\xi_{ij}(s,t) = \xi_{ij}(t) - \xi_{ij}(s)$ suit une distribution Gamma dont la fonction de densité de probabilité $f_{\Delta\xi_{ij}(s,t)}(x)$ est définie pour tout $x \geq 0$:

$$f_{\Delta\xi_{ij}(s,t)}(x) = \frac{x^{(\Delta\omega_{ij}(s,t)-1)}}{\Gamma\left(\Delta\omega_{ij}(s,t)\right)\eta_{ij}^{(\Delta\omega_{ij}(s,t))}} \exp\left(\frac{-x}{\eta_{ij}}\right), \quad (1)$$

où $\Delta\omega_{ij}(s,t) = \omega_{ij}(t) - \omega_{ij}(s)$ et η_{ij} sont respectivement les paramètres de forme et d'échelle, et $\omega_{ij}(t)$ est une fonction réelle continue croissante, définie pour $t \geq 0$ telle que $\omega_{ij}(0) = 0$. La fonction $\Gamma(x)$ est la fonction Gamma tell que $\Gamma(x) = \int_0^\infty u^{x-1}e^{-u}\mathrm{d}u$. La dégradation moyenne ainsi que la variance sont données par $\mathbb{E}(\xi_{ij}(t)) = \eta_{ij}\omega_{ij}(t)$ et $\mathbb{V}(\xi_{ij}(t)) = \left(\eta_{ij}\right)^2 \omega_{ij}(t)$, respectivement.

Tout d'abord, supposons qu'à la fin de la mission en cours, l'âge a_{ij} d'un composant C_{ij} représente le temps opératoir cumulé de ce componant. Supposons également qu'aucune action de maintenance n'est efectuée sur le composant C_{ij} et que son niveau de dégradation mesuré $\xi_{ij}(a_{ij}) < H_{ij}$. Cela voudrais dire que le composant fonctionne encore et par conséquent la variable d'état $X_{ij} = 1$. Dans ce cas, la fiabilité $\mathcal{R}^c_{ij}$ que le composant C_{ij} survive la prochaine mission de durée U est donnée par :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}^c_{ij} &= \int_0^{H_{ij}-\xi_{ij}} f_{\Delta\xi_{ij}(a_{ij},a_{ij}+U)}(x)dx, \\ &= 1 - \frac{\Gamma\left(\Delta\omega_{ij}(a_{ij},a_{ij}+U), \left(\frac{H_{ij}-\xi_{ij}}{\eta_{ij}}\right)\right)}{\Gamma(\Delta\omega_{ij}(a_{ij},a_{ij}+U))}, \end{aligned} \quad (2)$$

où $\Gamma(\alpha,\beta) = \int_\beta^\infty u^{\alpha-1}e^{-u}\mathrm{d}u$ représente la fonction Gamma incomplète définie pour $\alpha > 0$ et $\beta \geq 0$.

3 Modèle des actions de maintenance : coût et temps associés

Chaque composant C_{ij} a une liste de $L_{ij} + 1$ niveaux de maintenance disponibles $ML_{ij} = \{0, \ldots, l, \ldots, L_{ij}\}$. Pour un composant C_{ij}, si le niveau de dégradation $\xi_{ij}(a_{ij}) > H_{ij}$, une maintenance corrective (CM) peut être effectuée sur le composant C_{ij} avec un coût $CMC_{ij}(l)$ et un temps $CMT_{ij}(l)$. En revanche, si $\xi_{ij}(a_{ij}) \leq H_{ij}$, une maintenance préventif (PM) de niveau l peut être sélectionné pour être exécuté avec le coût $PMC_{ij}(l)$ et un temps $PMT_{ij}(l)$. Si le niveau de maintenance L_{ij} est sélectionné, il rétablit le niveau d'âge et de dégradation du composant à 0, c'est-à-dire que le composant devient comme neuf "as good as new". Le niveau de maintenance $l = 0$ correspond au cas où aucune maintenance n'est effectuée. Les niveaux intermédiaires $1 \leq l < L_{ij}$ sont des niveaux de maintenance imparfaite. Chaque niveau de maintenance l est caractérisé par un coefficient de réduction de dégradation $\varphi_{ij}(l)$ $(0 \leq \varphi_{ij}(l) \leq 1)$. Si C_{ij} est sélectionné pour recevoir le niveau de maintenance l, sa dégradation est alors réduite à $\varphi_{ij}(l)\xi_{ij}(a_{ij})$. Le plus haut niveau de miantenance L_{ij} admet un coefficient de réduction de dégradation $\varphi_{ij}(L_{ij}) = 0$.

4 Le modèle mathématique d'optimisation :

Le modèle mathématique d'optimisation dont il est question ici a pour but de minimiser le coût total de maintenance en tenant compte du niveau de fiabilité minimum requis pour exécuter la prochaine mission, en plus de la durée limitée $\mathcal{T}_0$ de l'arrêt programmé. Pour construire le modèle d'optimisation proposé, nous définissons la variable de décision z^l_{ij} :

$$z^l_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ si } C_{ij} \text{ est sélectionnée à recevoir une} \\ \text{maintenance de niveau } l, \\ 0, \text{ sinon.} \end{cases} \quad (3)$$

Supposons que C_{ij} dont le niveau de dégradation $\xi_{ij}(a_{ij})$ subit une action de maintenance de niveau l. Dans ce cas, la fiabilité $\mathcal{R}^c_{ij}$ de C_{ij} à opérer la prochaine mission est dérivée de l'équation (2) comme suit :

$$\mathcal{R}^c_{ij} = 1 - \frac{\Gamma\left(\Delta\omega_{ij}(a_{ij},a_{ij}+U), \left(\frac{H_{ij}-\xi^{z^l_{ij}}_{ij}(a_{ij})}{\eta_{ij}}\right)\right)}{\Gamma\left(\Delta\omega_{ij}(a_{ij},a_{ij}+U)\right)} \quad (4)$$

où $\xi^{z^l_{ij}}_{ij}$ est le niveau modifié de dégradation de C_{ij} resultant de l'action de maintenance de niveau l tel que :

$$\xi_{ij}^{z_{ij}^l}(a_{ij}) = \left[\varphi_{ij}(l) z_{ij}^l + \left(1 - z_{ij}^l\right)\right] \xi_{ij}(a_{ij}). \quad (5)$$

La fiabilité $\mathcal{R}^c$ du système série-parallel à exécuter la procahine mission est alors :

$$\mathcal{R}^c = \prod_{i=1}^{n} \left(1 - \prod_{j=1}^{N_i} \left(1 - \mathcal{R}_{ij}^c \cdot Y_{ij}\right)\right), \quad (6)$$

où X_{ij} la variable d'état define à la section 2.
Le coût total en maintenance $TMC = PMC+CMC$ induit par le coût PMC des actions de PM et le coût CMC des actions de CM. De même, le temps total en maintenance $TMT = PMT + CMT$ induit par le temps PMT des actions de PM et le temps CMT des actions de CM :

$$PMC = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{l=1}^{L_{ij}} PMC_{ij}(l) X_{ij} z_{ij}^l, \quad (7)$$

$$CMC = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{l=1}^{L_{ij}} CMC_{ij}(l) \left(1 - X_{ij}\right) z_{ij}^l, \quad (8)$$

$$PMT = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{l=1}^{L_{ij}} PMT_{ij}(l) X_{ij} z_{ij}^l, \quad (9)$$

$$CMT = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{l=1}^{L_{ij}} CMT_{ij}(l) \left(1 - X_{ij}\right) z_{ij}^l \quad (10)$$

Le modèle mathématique d'optimisation est non-linéaire et est formulé alors comme suit :

Min :

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{N_i} \left(\begin{array}{l} \sum_{l=1}^{L_{ij}} CMC_{ij}(l) \left(1 - X_{ij}\right) z_{ij}^l + \\ \sum_{l=1}^{L_{ij}} PMC_{ij}(l) X_{ij} z_{ij}^l \end{array} \right) \quad (11)$$

Sujet à :

$$\mathcal{R}^c \geq \mathcal{R}_0, \quad (12)$$

$$TMT \leq \mathcal{T}_0, \quad (13)$$

$$\sum_{l=1}^{L_{ij}} \left(1 - X_{ij}\right) z_{ij}^l + X_{ij} z_{ij}^l \leq 1, \quad (14)$$

$$Y_{ij} = X_{ij} + \sum_{l_{ij}=1}^{L_{ij}} \left(1 - X_{ij}\right) z_{ij}(l_{ij}), \quad (15)$$

$$\xi_{ij}^{z_{ij}^l}(a_{ij}) = \left[\varphi_{ij}(l) z_{ij}^l + \left(1 - z_{ij}^l\right)\right] \xi_{ij}(a_{ij}), \quad (16)$$

$z_{ij}^l \in \{0,1\};\ i = 1, \ldots, n;\ j = 1, \ldots, N_i;$
$l = 1, \ldots, L_{ij}$

Les équations (12) et (13) représentent, respectivement, les contraintes du niveau minimal requis en fiabilité ainsi que la durée limitée de l'arrêt. L'équation (14) impose qu'un composant selectionné ne puisse recevoir qu'au plus une seule action de maintenance. L'équation (16) permet d'actualiser le niveau de dégradation et l'équation (15) permet d'actuliser l'état des composant au début de la prochaine mission.

5 Exemple Numérique

Eu égard au nombre de pages limité à 3, un exemple numérqiue sera exposé lors de la présentation du papier si ce dernier est accépté.

6 Conclusion

Dans ce travail, nous proposons un modèle mathématique d'optimisation de la maintenance sélective pour un système multi-composants pour lesquels la dégradation est due non seulement à leurs âges mais aussi à leurs usages. Ce processus de dégradation est généralement connu pour les composants mécaniques. La dégradation de chaque composant est alors modélisée par un processus stochastique. Plusieurs niveaux de maintenance imparfaite sont disponibles pour maintenir un composant du système. Le problème de la maintenance sélective est alors formulé dans le but de minimiser le coût total de maintenance tout en tenant compte d'une part de la durée limitée de l'arrêt programmé, et d'autre part, du niveau de fiabilité requis pour opérer la prochaine mission.

Références

[1] A. Khatab, E.-H. Aghezzaf, Selective maintenance optimization when quality effects of maintenance actions are stochastic, Reliability Engineering and System Safety 150 (2016) 182–189.

[2] J. M. van Noortwijk, A survey of the application of gamma processes in maintenance, Reliability Engineering and System Safety 94 (2009) 2–21.