

APPROCHE STOCHASTIQUE DES ECOULEMENTS EN MILIEUX POREUX

Mr. Said.BIR¹ & Mr. Ali.BOUHERAOUA² & Mr. Akli.TALATIZI³ & Mme. Fatma.ZIBANI⁴

said.bir1979@gmail.com & abouheraoua@yahoo.fr & akli.talatizi@gmail.com & zibani.fatma@yahoo.fr

Laboratoire de Modélisation Expérimentale et Numérique des Matériaux et Structures en Génie Civil LAMOMS. Département Génie Civil. Faculté du Génie de la Construction. Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou, ALGERIE.

Résumé

L'hétérogénéité des formations géologiques induit une très forte variation des paramètres hydrauliques avec l'échelle. Les règles de changement d'échelles sont déterminées uniquement sur de très grands domaines. L'effet de l'hétérogénéité sur les lois d'écoulement et de transport est déterminé à l'aide de simulations Monte Carlo. L'enjeu est de résoudre les problèmes de flux et de transport en milieux poreux avec une très bonne résolution aboutissant à des systèmes linéaires de plusieurs dizaines de millions d'inconnues. L'illustration est réalisée pour un problème d'écoulement 2D en milieu poreux variablement saturé qui est décrit selon une approche mécaniste par l'équation de Richards. Pour aborder cette question, nous devons poser ce problème en termes probabilistes ou stochastiques pour cela un modèle numérique fondé sur les techniques de simulation de Monte Carlo est proposé pour sa résolution.

Mots clefs: Milieux poreux, équation de Richards, milieu poreux hétérogènes, écoulements variablement saturés, Monte Carlo simulations.

1. Introduction

Les modèles numériques disponibles pour l'étude des écoulements en milieux poreux utilisent comme données les distributions supposées exactes des propriétés des sols. Malheureusement, les techniques d'exploration courantes ne peuvent fournir ce type d'information déterministe. L'interprétation la plus réaliste que l'on peut faire des résultats du programme d'exploration hydrologique d'un site est en terme de densité de probabilité pour chacune des propriétés de sol, et de structure de corrélation spatiale, de dérive spatiale, et de structure d'autocorrection, si elles existent, pour les différentes propriétés du sol. Les expériences menées dans une large gamme de milieux géologiques ont révélé des caractéristiques communes au transport de solutés tels que l'effet déterminant de l'hétérogénéité géologique, l'augmentation de la dispersion avec l'échelle et la lente convergence vers un régime asymptotique. La détermination de l'effet de l'hétérogénéité est un pré requis à la détermination des lois d'écoulement et de transport et à l'établissement des règles de changement d'échelle (de l'échelle de

l'observation géologiques à l'échelle de la modélisation hydrologique). Les expériences de terrain étant limitées en taille et en résolution, ce sont les simulations numériques de type Monte-Carlo qui permettent de comprendre et de quantifier ces règles de changement d'échelle.

2. Méthodologie

Toute approche stochastique nécessite une méthode numérique et une méthode statistique, la méthode numérique est celle des éléments finis ; nous avons utilisé le logiciel COMSOL Multiphysics, quant à la méthode statistique, est celle de la simulation de Monte Carlo.

2.1 Modèle mathématique

Du point de vue mécaniste, les écoulements en milieux poreux variablement saturés peuvent être décrits par l'équation de Richards (1931):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial z} K$$

t : temps [T] ; z : profondeur orientée positivement vers le bas [L] ; θ : teneur en eau volumique [$L^3 L^{-3}$] ; $K(\theta)$: conductivité hydraulique [LT^{-1}] ; $\Psi(\theta)$: potentiel matriciel [L].

2.2 Simulation de Monte Carlo

Les simulations numériques Monte Carlo sont obtenues à partir de la répétition successive de quatre étapes : génération d'un champ aléatoire de perméabilité, évaluation du champ eulérien écoulement, identification de la trajectoire des particules et détermination des moments statistiques (Saladin et al., 1998). Les variables aléatoires retenues comme paramètres de calcul sont, dans notre cas, la conductivité hydraulique de saturation K_{sat} et la teneur en eau de saturation θ_{sat} , vu leur interdépendance commune au sol et à l'écoulement suivant une loi de distribution logarithmique log normale définie par une moyenne m et un coefficient de variation CV pour chacun des deux paramètres. L'analyse statistique des valeurs retenues pour chacun des paramètres a donné les résultats suivants : $m_{K_{sat}} = 2.10^{-6}$ m/s = 0.1728 m/j, $CV(K_{sat}) = 50\%$, $m_{\theta_{sat}} = 16\%$, $CV(\theta_{sat}) = 62.5\%$.

2.3 Champs d'écoulement eulérien

Le modèle de simulation utilisé est un domaine rectangulaire, de hauteur $z = 3$ m, et de largeur $r = 2$ m. Un drain de 0.4 m de longueur et de 0.01m d'épaisseur a été placé de façon à avoir l'écoulement transportant le polluant dirigé vers le bas pour pouvoir diffuser l'eau contaminée. La partie hydrique est caractérisée par une pression hydraulique initiale au niveau du

drain $H_p = 0.01\text{m}$, ce qui fait que le niveau initial d'eau dans le sol est à $0,01\text{m}$, donnant ainsi une condition au limite de Dirichlet en charge hydraulique égale à 0.01m . Pour les deux cotés de la section rectangulaire du sol on considère qu'il n'y a pas d'écoulement traversant quand à sa base on impose une condition de Neumann de flux non nul égal à $N_0 = 0.01K_s$. Quant au transport de soluté celui-ci pénètre avec l'eau le drain à une concentration c_0 , tout en sachant que le sol est pris initialement à une concentration nulle et qu'il dispose d'une petite fuite à sa base inférieure.

3 Cas déterministe

Ce cas d'étude est utile et nécessaire pour estimer les résultats d'analyse probabiliste qui seront effectuées plus loin. Nous nous proposons de calculer les charges hydrauliques pour l'écoulement d'eau et les concentrations pour le transport du soluté en milieu poreux, tout en sachant que le mouvement de l'eau et le transport de soluté dans le sol peuvent être modélisés séparément en conséquence. La partie hydrique correspond à l'étude de l'écoulement partiellement saturé régit par l'équation de Richards,

$$[C + S_e S] \frac{\partial H_p}{\partial t} + \nabla \cdot [-K_s k_r \nabla (H_p + D)] = Q_s$$

C la capacité de rétention, elle représente la variation de teneur en eau du sol par unité de variation de charge matricielle ($C(h) = \frac{d\theta}{dh}$); S_e le coefficient de saturation effective du sol; S le Coefficient d'emmagasinement de l'eau dans le sol, $H_p(m)$ la charge hydraulique, t le temps (jours), K_s la conductivité hydraulique de saturation, D est le système de coordonnées (x, y) , Q_s , le terme de source d'écoulement. Quant à la partie de transport celle-ci correspond à l'étude du transport de soluté en milieu poreux régit par l'équation d'advection-dispersion-sorption,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\theta c) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho_b c_p) = \nabla \cdot [-\theta D_L \nabla c + uc] = \sum R_L + \sum R_p + S_c$$

c est la concentration dissoute (kg/m^3); c_p la masse de contaminant adsorbée par unité de poids sec de solide (mg/kg); θ la teneur en eau volumétrique; ρ_b représente la densité apparente (kg/m^3); D_L le tenseur de dispersion hydrodynamique (m^2/j); R_L représente les réactions dans l'eau, il est équivalent à des réactions impliquant des solutés liés aux particules du sol ($\text{kg/m}^3 \cdot \text{j}$); S_c est soluté ajouté par unité de volume de sol par unité de temps ($\text{kg/m}^3 \cdot \text{j}$).

4 Cas statistiquement homogène

Dans ce cas d'analyse, les propriétés K_{sat} et θ_{sat} varient aléatoirement dans tous le milieu poreux : nous avons effectué 50 calcul, les 50 valeurs de K_{sat} et θ_{sat} sont tirées aléatoirement conformément à une loi « Log normale ». Pour chacun des calculs, K_{sat} et θ_{sat} sont constants dans tout le massif du sol.

5 Cas d'un multicouches stratifié hétérogène

Dans ce cas d'analyse, nous avons divisé le sol en 20 couches, chacune d'elle est homogène en K_{sat} et θ_{sat} , nous noterons les mêmes conditions initiales et le même maillage (même nombre de nœuds et d'éléments) que ceux présentés précédemment. Les valeurs attribuées aux paramètres de calcul (K_{sat} et θ_{sat}) sont générées conformément à une distribution

Log normale à l'aide du logiciel Microsoft Office Excel, en utilisant les moyennes et les écarts types.

6 Comparaison de différents analyse effectués

On montre l'évolution de la moyenne arithmétique des charges hydrauliques et des concentrations de soluté à la ligne de calcul ($x = 0.7\text{m}$), (figures 1 et 4). De même nous avons montrés dans les figures qui suivent (figures 5 et 2) l'évolution des maximums et des minimums des charges hydrauliques et des concentrations de soluté de tous les cas analysés.

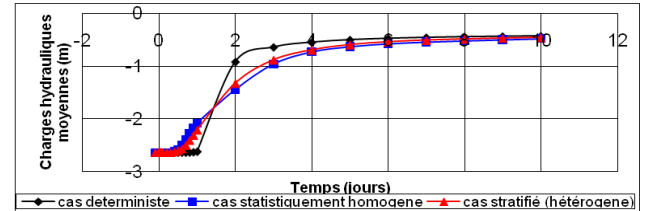


Figure 1 Courbe des charges hydrauliques «H» moyennes pour les différents cas de calcul

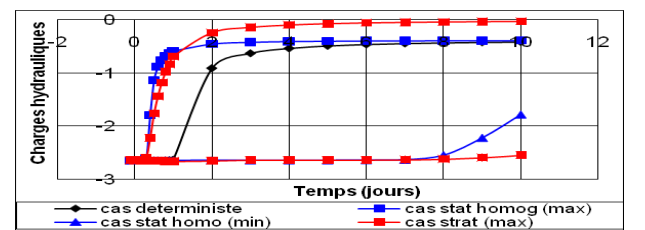


Figure 2 Courbe des charges hydrauliques «H» max et min pour les différents cas de calcul

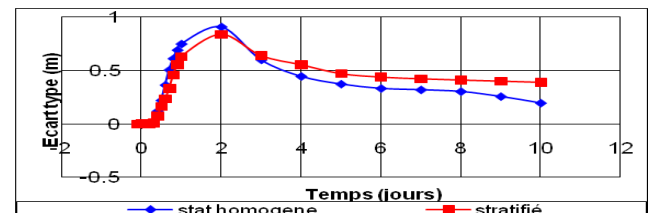


Figure 3 Evolution des écart-types des charges hydrauliques «H» pour les différents cas de calcul

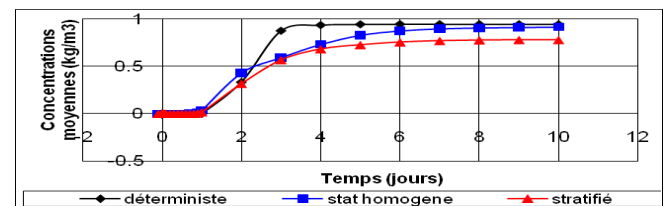


Figure 4 Courbe des concentrations moyennes «c» pour les différents cas de calcul

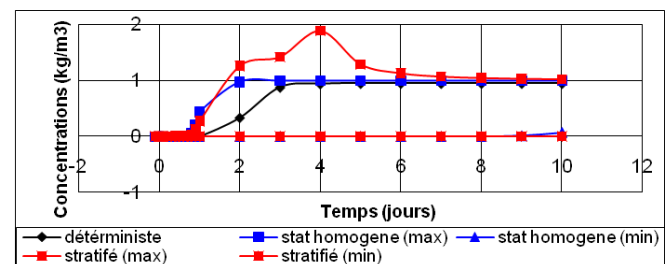


Figure 5 Courbe des concentrations «c» min et max pour les différents cas de calcul

7 Comparaison des résultats obtenus

Il apparaît clairement que, quelles que soient les caractéristiques imposées à la variabilité du sol, les valeurs moyennes des charges hydrauliques et des concentrations de soluté sont proches du cas déterministe.

7.2 Charges hydrauliques

Après observation des résultats illustrés dans les figures 1 à 3, on note que : Les valeurs des charges hydrauliques moyennes à $x = 0.7m$ pour les différents cas de calcul sont presque identiques à celles obtenues par le calcul déterministe. La figure 3 compare les incertitudes sur les charges hydrauliques $x = 0.7m$ obtenues dans les différents calculs étudiés auparavant. L'aspect hétérogénéité des caractéristiques de sol a plus d'effet sur l'incertitude. De manière générale un calcul hétérogène surestime l'incertitude sur le calcul des charges hydrauliques. L'incertitude sur les charges hydrauliques à $x = 0.7m$ est plus faible dans le cas du calcul statistiquement homogène.

7.2. Concentrations de soluté

Les figures 4 à 6 appellent les remarques suivantes : les valeurs des concentrations de soluté $x = 0.7m$ pour les différents cas de calcul sont presque identiques à celles obtenues par le calcul déterministe. La figure 6 compare les incertitudes sur les concentrations de soluté $x = 0.7m$ obtenues dans les différents calculs étudiés auparavant.

L'aspect du cas stratifié hétérogène des caractéristiques de sol a plus d'effet sur l'incertitude. De manière générale un calcul stratifié hétérogène surestime l'incertitude sur le calcul des concentrations de soluté $x = 0.7m$. L'incertitude sur les concentrations de soluté $x = 0.7m$ est plus faible dans le cas du calcul statistiquement homogène. Les incertitudes relatives aux concentrations de soluté $x = 0.7m$, caractérisées par les écart-types, sont petites dans le cas d'analyse statistiquement homogène, grandes dans le cas stratifié hétérogène (dernier cas analysé). Les incertitudes sur les charges hydrauliques augmentent du cas statistiquement homogène au calcul stratifié hétérogène (dernier cas analysé).

8. Conclusion

Les résultats obtenus montrent que, si les ordres de grandeur des sensibilités à ces deux paramètres peuvent varier considérablement selon le type d'injection de polluant dans l'écoulement, le paramètre étudié ou les valeurs des paramètres elles-mêmes, les courbes représentant la sensibilité de la charge hydraulique ainsi que la concentration en fonction du temps permettent de mettre en évidence une tendance forte. On constate en effet que les points de cette courbe ayant la plus grande valeur absolue, qui représentent les valeurs de la charge hydraulique et de la concentration les plus sensibles, sont situés aux environs du temps de percée correspondant à la configuration étudiée en milieu homogène. C'est à cet endroit que se trouve la plus grande quantité d'information caractérisant les paramètres du milieu hétérogène. Cette conclusion se trouve confortée par la recherche de l'échantillonnage le plus adapté à la caractérisation d'un tel milieu qui utilise les valeurs de sensibilité évaluées précédemment. On montre ainsi qu'il est préférable dans un cas de figure comme celui-ci d'effectuer un nombre réduit de prélèvements d'échantillons autour de la percée (le temps de percée étant connu ou déterminé a priori) plutôt que de s'attacher à reconstituer les courbes de charge hydraulique et de concentration jusqu'à de grands temps de parcours. Dans la même idée, on constate également que le poids de

l'information apportée par l'acquisition d'une mesure supplémentaire décroît rapidement avec la taille de l'échantillon, et que l'on peut considérer qu'une petite dizaine de points soigneusement sélectionnés sont suffisants pour déterminer les paramètres recherchés. Ces résultats sont en accord avec ceux présentés par GHOULI (2004), qui constataient dans leur étude que l'influence de l'hétérogénéité du milieu se traduisait d'abord par la modification de l'allure de la courbe de la charge hydraulique et de la concentration autour du temps de percée, le polluant apparaissant d'autant plus tôt que le milieu est hétérogène. Les différents résultats obtenus lors de cette étude, s'ils ne permettent pas de résoudre de façon exhaustive le délicat problème de la variabilité des paramètres de sol, nous conduisent à souligner l'importance de cette prise en compte dans le cas particulier de la propagation de polluant dans milieux poreux variablement saturés, dispositif plus que fréquemment rencontré en situation réelle.

9. Bibliographie

- [1] Abdelhak GHOULI, 2004 « Modélisation mathématique et numérique de la pollution dans un milieu poreux non saturé. Application : milieux poreux stratifiés ». Thèse de doctorat de l'université de MOHAMMED V – AGDAL de Rabat.
- [2] Ahmad AL BITAR, 2007 « Modélisation des écoulements en milieu poreux hétérogènes 2D / 3D, avec couplages surface / souterrain et densitaires ». Thèse de doctorat de l'institut national polytechnique de TOULOUSE.
- [3] Ali BOUHERAOUA, (1989), « Influence de la variabilité des propriétés du sol sur la consolidation des massifs de sols argileux », Thèse de doctorat de l'université paris 6.
- [4] Karim BAAZIZ, 2011 « Effet de la variabilité des paramètres de calcul sur la stabilité des murs de soutènement ». Thèse de Magister de l'université Mouloud MAMMERI de Tizi Ouzou.
- [5] Laura BOUAKIZ, (2009), « Etat de l'art des techniques d'analyse des massifs de sols hétérogènes » Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou.
- [6] Charles DANQUIGNY, 2003 « Etude expérimentale du transfert de masse en milieu poreux hétérogène ». Thèse de doctorat de l'université louis PASTEUR de Strasbourg.
- [7] Christine RIVARD, 2001 « Simulation du transport de solutés dans des aquifères hétérogènes à l'aide de réseaux percolants ». Thèse de doctorat de l'institut national de la recherche scientifique de l'université de QUEBEC.
- [8] Abderazik DJELWAH, 2009 « Approche probabiliste de la consolidation tridimensionnelle ». Thèse de Magister de l'université Mouloud MAMMERI de Tizi Ouzou.
- [9] Denis ISABEL, 1988 « Modélisation stochastique des pesticides dans la zone vadose ». Thèse de doctorat de l'institut national de la recherche scientifique de l'université de QUEBEC.
- [10] Hamza Ali, 2007 « Simulation numérique des écoulements transitoires en milieux poreux saturé et non saturés ». Thèse de doctorat de l'université Mouloud MAMMERI de Tizi Ouzou.
- [11] Jean JOBIDON, 1990 « Interdépendance des propriétés physiques des sols dans un modèle de contamination des eaux souterraines par des pesticides ». Mémoire de maîtrise de l'institut national de la recherche scientifique de l'université de QUEBEC.