

# Comparaison des coefficients de réflexion d'une houle par une plaque et par une marche en présence d'un courant (étude analytique)

M.Errifaiy<sup>1</sup>, S. Naasse<sup>1</sup>, C. Chahine<sup>1</sup>

1. *Laboratoire Physique Des Polymères Et Phénomènes Critiques, Université Hassan II De Casablanca, Faculté Des Sciences Ben M'sik Sidi Othman, B.P 7955 Casablanca, Maroc.errifaiy.m@gmail.com*

## Résumé :

Dans ce travail on présente, une étude analytique sur la comparaison entre le coefficient de réflexion d'une houle par une plaque d'un côté, et celui de la réflexion par une marche rectangulaire. Cette étude a été faite dans le cadre de la houle potentielle linéarisée moyennant le modèle des modes évanescents en zone intermédiaire, en cherchant des solutions complexes de l'équation de dispersion qui ne sont ni réelles pures ni imaginaires pures.

**Mots-clés :** Houle, courant, plaque, marche, modes évanescents, coefficient de réflexion, bande de réflexion, équation de dispersion

## Abstract:

Our work presents an analytical study of the determination of the reflection coefficient during the interaction between the regular wave current and a horizontal plate another hand, and during the interaction between the regular wave current and a horizontal plate other way. This study was done using the linearized potential flow theory with the evanescent modes model in intermediate zone, while searching for complex solutions to the dispersion equation that are neither real pure nor imaginary pure.

**Keywords:** Current, Regular wave, plate, step, Evanescent modes, Reflection coefficient, Reflection band.

## 1 Introduction :

Lors de l'étude de la réflexion de la houle, l'interaction houle-obstacle suscite l'intérêt de beaucoup de chercheurs. En 1984 Patarapanich [1] a montré dans une étude analytique en utilisant le modèle d'onde plane que le coefficient de réflexion dépend de l'immersion et de la longueur relative de la plaque, En 1986 Guevel [2] a mis en évidence que la masse d'eau au-dessous de la plaque se comporte comme un mur oscillant. En 2001 Brossard et al [3] ont montré expérimentalement par une technique de sondes mobiles que lors de l'interaction houle-plaque il y a production d'harmonique supérieur libre. En 2012 K. Wang, et al [4] ont présenté une analyse du champ de vitesse par une méthode numérique (BEM). En 2003 V. Rey et al. [5] puis en 2011 V. Rey et J. Touboul [6] ont mené une étude expérimentale sur l'interaction houle-courant-plaque pour des houles régulières et non régulières. En 2014 H-X Lin et al [7] ont fait une étude numérique sur la

réflexion de la houle et la production d'harmonique lors de l'interaction houle-courant-plaque.

En 2001 S Mordane et al. [8] ont étudié numériquement expérimentalement et analytiquement la propagation de la houle linéaire en présence de deux obstacles rectangulaires espacés et fixés sur le fond d'un canal. En 2002 S.Naase et al. [9] ont montré que le coefficient de réflexion calculé par le modèle des modes évanescents est équivalent à celui calculé par le modèle d'onde plane en remplaçant la longueur réelle de la marche par la longueur efficace.

Dans ce travail nous nous intéressons à l'étude analytique de l'influence de la vitesse du courant sur le maximum du coefficient de réflexion et la bande de réflexion lors en comparant le cas d'une plaque comme réflecteur avec celui d'une marche rectangulaire fixée au fond. On définit la largeur de la bande de réflexion  $\Delta(kH)$  en adoptant le critère utilisé pour définir la bande passante en électronique ( $\Delta(kH) = \text{largeur de l'intervalle } [k_1H, k_2H]$  tel que  $R(k_1H) = R(k_2H) = \frac{R_{max}}{\sqrt{2}}$  où  $R_{max}$  est le maximum du coefficient de réflexion). Cette étude a été faite dans le cadre de la théorie potentielle linéarisée moyennant le modèle des modes évanescents en cherchant des solutions complexes de l'équation de dispersion qui ne sont ni réelles pures ni imaginaires pures [10].

## 1 Présentation du problème

On s'intéresse au calcul du coefficient de réflexion lors de l'interaction houle-obstacle (marche ou plaque horizontale) totalement immergée en présence d'un courant uniforme dans un canal. La figure 1 représente les schémas descriptifs des deux domaines d'études.

On considère une houle linéaire monochromatique générée en amont et qui ne subit aucune réflexion à l'aval. Le fluide est supposé parfait, incompressible pesant et l'écoulement est plan et irrotationnel en présence d'un courant de vitesse horizontale constante, dans le même sens que la houle incidente.

Un obstacle (plaque fig 1a ou marche fig 1b) de longueur  $2l$ , se trouve fixe dans un canal à fond plat remplis d'eau à une profondeur  $H$ .

Fig. 1a

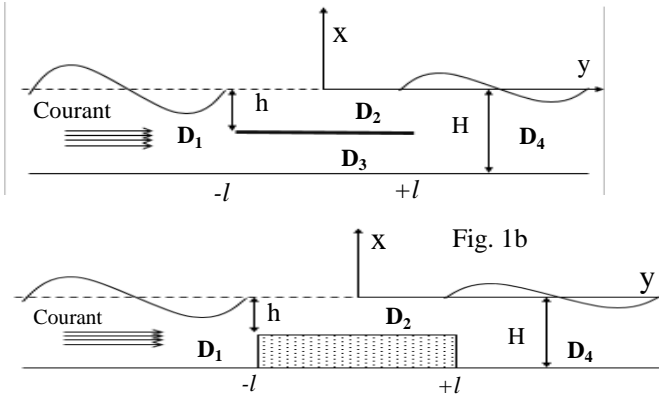


Figure 1 : Schéma descriptif du domaine d'étude (une plaque mince immergée Fig. 1a ; une marche rectangulaire Fig. 1b)

Dans le cadre de la houle linéaire, le problème se ramène à la détermination du potentiel des vitesses représenté par la fonction  $\phi(x, y, t)$ .

Le problème est résolu moyennant la subdivision du domaine d'étude en sous domaines et en considérant que le potentiel de vitesse  $\phi(x, y, t)$  est la superposition de deux potentiels : le premier correspond au courant, tandis que le deuxième représente une houle monochromatique

### 1.1 Cas de la plaque

L'expression analytique du potentiel de vitesse dans les différents sous domaines est donnée par les expressions suivantes :

Dans les sous domaine  $D_p$   $1 \leq p \leq 3$ :

$$\phi_p(x, y, t) = Ux + \left[ \left( A_p e^{ik_p x} \cos h(k_p^-(y + H_p)) \right) + B_p e^{ik_p x} \cosh k_p y + H_p + n = 1 N A_p n e^{k_p m x} \cos k_p m y + H_p + B_p n e^{-k_p m x} \cos k_p m y + H_p e^{i\omega t} \right] \quad (1)$$

Dans le sous domaine  $D_4$ :

$$\phi_4(x, y, t) = Ux + \left[ \left( \frac{A_4}{2} + \frac{B_4}{2l} x + \sum_{n=1}^N (A_{4n} e^{-(\mu_n x)} + B_{4n} \mu_n x \cos \mu_n (y + H)) e^{i\omega t} \right) \right] \quad (2)$$

$$\mu_n = \frac{n\pi}{H-h-e} \quad (3)$$

Dans cette écriture :  $H_1$  et  $H_2$  désigne la profondeur d'eau en amont et en aval de la plaque ( $H_1 = H_2 = H$ ) et  $H_3$  est l'immersion de l'obstacle ( $H_3 = h$ ),  $N$  désigne le nombre de modes évanescents.

Les constantes  $B_2$ ,  $B_{2n}$  et  $A_{1n}$  sont nulles et la constante  $A_1$  est donnée par :

$$A_1 = g a_i \frac{1}{(\omega - U k_1^-) \cosh k_1^- H} \quad (\text{Où } a_i \text{ est l'amplitude de l'onde qui se propageant à la surface libre, } \omega \text{ sa pulsation et } g \text{ l'accélération de la pesanteur}).$$

$k_p^\pm$  et  $k_{pn}$  sont solutions des équations de dispersion suivantes respectivement:

$$\left( \omega \pm U(k_p^\pm) \right)^2 = g(k_p^\pm) \times \tanh \left( (k_p^\pm) H_p \right) \quad (4)$$

$$\left( i\omega + U(k_{pn}) \right)^2 = g(k_{pn}) \times \tan \left( (k_{pn}) H_p \right) \quad (5)$$

Les solutions de l'équation (4) sont les nombres d'onde des modes propagatifs. Les solutions de l'équation (5) correspondent aux modes évanescents. En l'absence de courant ( $U=0$ ) ces solutions sont des réels purs. Par contre en présence du courant, il est facile de vérifier que cette équation, d'une part n'a pas de solution réelle pure, d'autre part les solutions imaginaires pures sont celles de l'équation (4). C'est pourquoi, pour établir le présent modèle on a cherché des solutions à partie réelle non nulle et partie imaginaire non nulle aussi.

Moyennant la technique de raccordement entre les sous domaines aux bords d'attaque et de fuite de de la plaque ( $x=-l$  et  $x=l$  respectivement), qui exprime la continuité du potentiel et de la vitesse horizontale sur les intervalles  $[0, -H]$ ,  $[0, -h]$  et  $[-H, -h]$ , on aboutit à un système algébrique de  $6(n+1)$  équations à  $6(n+1)$  inconnues lors de l'interaction houle-plaque-courant, les constantes sont  $\{A_1, A_{1n}, B_1, B_{1n}, A_2, A_{2n}, A_3, A_{3n}, B_3, B_{3n}, A_4, A_{4n}, \text{ pour } 1 \leq n \leq N\}$  qui figurent dans des équations 1 et 2.

### 1.1 Cas de la marche

Dans le cas de la marche le domaine  $D_4$  et le potentiel de vitesse correspondant n'existe pas. L'écriture du potentiel de vitesse se réduit donc à l'équation 1. Par un procédé analogue à celui utilisé dans le cas d'une plaque (technique de raccordement entre les sous domaines), on aboutit à un système de  $4(n+1)$  équations et  $4(n+1)$  inconnues qui sont les constantes  $\{A_1, A_{1n}, B_1, B_{1n}, A_2, A_{2n}, A_3, A_{3n}, B_3, B_{3n} \text{ pour } 1 \leq n \leq N\}$  qui figurent dans l'équations 1.

### 1.2 Coefficient de réflexion

Le coefficient de réflexion de l'onde qui se propage à la surface libre est donné par l'expression :

$$R = \frac{(\omega + U k_1^+) \times \frac{\cosh k_1^+ H}{\cosh k_1^- H} \times \frac{B_1}{A_1}}{(\omega - U k_1^-)} \quad (6)$$

## 2 Effet du courant sur le coefficient de réflexion.

Pour étudier l'influence de la vitesse du courant sur le maximum coefficient de réflexion et la largeur de la bande de réflexion lors de l'interaction houle-obstacle, on présente les variations du coefficient de réflexion en fonction de la profondeur relative  $kH$  ( $k$  est le nombre d'onde de l'onde incidente en l'absence du courant et  $H$  la profondeur d'eau dans le canal). Ce coefficient est calculé par le présent modèle, dans le cas où l'obstacle est une plaque mince, et dans le cas d'une marche rectangulaire. Les calculs ont été fait pour un rapport d'immersion  $\left(\frac{h}{H}\right) = 0.50$  et une longueur relative  $\left(\frac{2l}{h}\right) = 3$  et cela pour différentes valeurs du nombre de Froude  $\left(\frac{U}{\sqrt{gH}} = 0 \text{ Fig. 2a, } \frac{U}{\sqrt{gH}} = 0.03 \text{ Fig. 2b, } \frac{U}{\sqrt{gH}} = 0.05 \text{ Fig. 2c}\right)$ . Sur le tableau 1, on présente les valeurs de la largeur de la bande de réflexion et celles de la différence relative du maximum du coefficient de réflexion

$\left| \frac{M-M_0}{M_0} \right|$  (tel que  $M_0$  est le maximum du coefficient de réflexion en l'absence de courant et  $M$  est le maximum du coefficient de réflexion en présence du courant).

D'après la figure 2 et le tableau 1, on constate que :

1/ Le maximum du coefficient de réflexion se situe dans le domaine des grandes longueurs d'onde quand l'obstacle est une marche, alors qu'il est dans le domaine des ondes relativement courtes quand l'obstacle est une plaque horizontale. 2/ La bande de réflexion correspondant à une plaque mince est plus large que celle correspondant à une marche rectangulaire, aussi bien en présence qu'en absence du courant. 3/ Pour le même nombre de Froude l'effet du courant sur le maximum du coefficient de réflexion est plus important dans le cas de la plaque (tableau 1). 4/ Aussi bien dans le cas de la marche que celui de la plaque, quand le nombre de Froude augmente, le maximum du coefficient de réflexion croît, et la largeur de la bande de réflexion reste pratiquement inchangée.

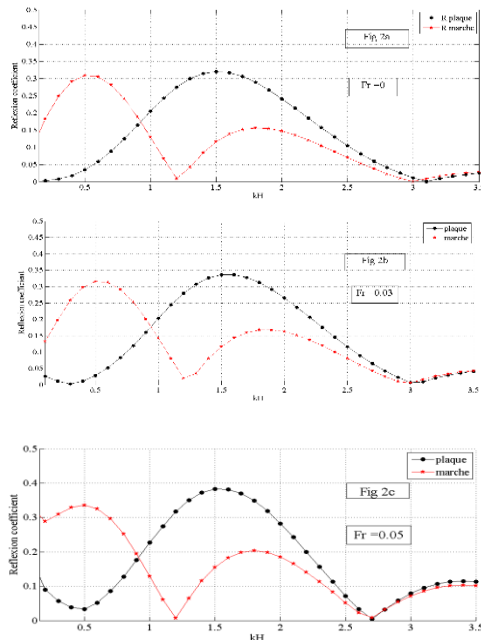


Figure 2 : Coefficient de réflexion en fonction de  $kH$  pour : une plaque mince et une marche de même longueur  $2l=3m$ , profondeur d'eau  $H=3m$ , et différents nombres de Froude ( $F_r=0$  Fig. 2a,  $F_r=0,03$  Fig. 2b,  $F_r=0,05$  Fig. 2c), pour une immersion relative de la plaque  $h/H=0.5$

	Plaque		Marche	
	$\Delta(kH)$	$\left  \frac{M-M_0}{M_0} \right $	$\Delta(kH)$	$\left  \frac{M-M_0}{M_0} \right $
$F_r=0$	1	-	0.6	-
$F_r=0.03$	1	0.06	0.6	0.03
$F_r=0.05$	1	0.12	0.65	0.05

Tableau 1 : effet du nombre de Froude sur le maximum du coefficient de réflexion et la largeur de la bande de réflexion ( $\Delta(kH)$ )

#### 4. Conclusion

Cette étude analytique sur l'effet de la vitesse du courant sur le coefficient de réflexion de la houle en comparant le

cas d'une plaque et celui d'une marche rectangulaire a montré que :

La marche est plus efficace dans le domaine des grandes longueurs d'onde, alors que la plaque l'est dans le domaine des ondes relativement courtes. La bande de réflexion correspondant à une plaque mince est plus large que celle correspondant à une marche rectangulaire, aussi bien en présence qu'en absence du courant. Pour le même nombre de Froude l'effet du courant sur le maximum du coefficient de réflexion est plus important dans le cas de la plaque. Aussi bien dans le cas de la marche que celui de la plaque, le maximum du coefficient de réflexion croît avec le nombre de Froude, mais ce dernier n'a pratiquement aucun effet sur la largeur de la bande de réflexion.

#### Références

- [1] Patarapanich. M, Maximum and zero reflection from submerged plate, J. Waterw. Port Coast. Ocean Eng. 110 (1984) 171–181.
- [2] Guevel. P, Landel. E, Bouchet. R, Manzone. J.-M, Le phénomène du mur d'eau oscillant et son application pour protéger un site côtier soumis à la houle, in Permanent International Association of Navigation Congresses, 1986.
- [3] Brossard. J, Chagdali. M, Experimental investigation of the harmonic generation by waves over a submerged plate, Coast. Eng. 42 (2001) 277–290.
- [4]. Wang. K, Zhang. Z.-Q, Luan. M.-T, Flow field analysis of submerged horizontal plate type breakwater, China Ocean Eng. 27 (2013) 821–828.
- [5] Rey. V, Capobianco. R, Dulou. C, Wave scattering by a submerged plate in presence of a steady uniform current, Coast. Eng. 47 (2002) 27–34.
- [6] Rey. V, Touboul. J, Forces and moment on a horizontal plate due to regular and irregular waves in the presence of current, Appl. Ocean Res. 33 (2011) 88–99.
- [7] Lin. H.-X, Ning. D.-Z, Zou. Q.-P, Teng. B, Chen. L.-F, Current effects on nonlinear wave scattering by a submerged plate, J. Water w. Port Coast. Ocean Eng. 140 (2014) 04014016.
- [8] S. Mordane, C. Chahine, S. Nasse, M. Chagdali " propagation de la houle en présence d'obstacles : Etude théorique, numérique et expérimentale", les cahiers de la recherche, 3 (2001) 161-176.
- [9] S. Naasse, C. Chahine, M. Chagdali " notion de longueur efficace pour la détermination de la réflexion de la houle par un obstacle ", C. R. Mécanique 330 (2002) 9-12
- [10] Errifaiy. M, Nasse. S, Chahine. C, Analytical determination of the reflection coefficient by the evanescent modes model during the wave-current-horizontal plate interaction. C. R. Mécanique 344 (2016) 479–486