

Modélisation de l'interaction houle-marche rectangulaire Par la méthode des solutions fondamentales

Mohamed Loukili & Soumia Mordane

LPPPC, Faculté des Sciences Ben M'Sik, Université Hassan II Casablanca, Maroc.

Résumé: Dans ce travail, on s'intéresse à l'étude de la propagation de la houle linéaire en présence d'une marche rectangulaire fixée sur le fond d'un canal. La méthode numérique choisie est la méthode des solutions fondamentales (MFS). Dans nos résultats, on va analyser la zone des longueurs d'ondes pour laquelle la houle ignore la présence de l'obstacle et l'effet de la disposition géométrique sur le coefficient de réflexion.

Mots clés: houle, MFS, canal à houle, marche rectangulaire, réflexion.

Abstract:

In this work we are interested in the study of the propagation of the linear wave in the presence of a rectangular step fixed on the bottom of a channel. The numerical method chosen is the fundamental solutions method (MFS). In our results, we will analyze the zone of wavelengths for which the swell ignores the presence of the obstacle and the effect of the geometric layout on the reflection coefficient.

Keywords: Swell, MFS method, wave channel, rectangular step, reflection.

I- Introduction:

Le problème de la propagation d'une onde de gravité en présence d'obstacles rectangulaires immergés est étudié pour son importance en génie côtier [1,2,3,4]. Ce problème constitue aussi un champ d'investigation des méthodes théoriques et numériques pour la compréhension des mécanismes d'atténuation et de dissipation de la houle. Dans le cas d'un obstacle rectangulaire [3,4] ou d'un fond constitué d'une succession de domaines de profondeurs constantes [5], les différentes méthodes de calcul sont toutes basées sur un écoulement potentiel et seules les méthodes de résolution différent. Miles [2] a proposé une méthode variationnelle dans le cas d'un simple ressaut qui donne des résultats corrects pour les coefficients de réflexion et de transmission. L'application de cette méthode à une double marche par Mei et Black [3] donne des résultats encore corrects dans la mesure où la distance qui sépare deux ressauts consécutifs reste suffisamment grande pour qu'ils soient découplés vis à vis des modes évanescents. En 2001, Mordane et al. [6] ont

proposé successivement une étude analytique basée sur le modèle des ondes planes, numérique utilisant la méthode des éléments aux frontières (BEM) et une étude expérimentale de la propagation de la houle linéaire en présence de deux obstacles rectangulaire espacés et fixés sur le fond d'un canal. En 2002 S.Naase et al. [7] ont montré que le coefficient de réflexion calculé par le modèle des modes évanescents est équivalent à celui calculé par le modèle d'onde plane en remplaçant la longueur réelle de la marche par la longueur efficace.

Dans ce travail, on va s'intéresser aux mécanismes de l'interaction d'un obstacle fixé sur le fond d'un canal en présence de la houle en utilisant une procédure de résolution numérique basée par la méthode des solutions fondamentales (Method of Fundamental Solution (MFS)) [8,9,10]. La MFS s'inspire de la méthode des éléments de frontière (Boundary Element Method (BEM), [6]) mais produit des résultats plus précis avec moins de points de maillage et donc moins de temps de calcul. En plus, elle est très simple à implémenter.

Notre objectif est de valider l'outil numérique que nous avons développé pour le traitement de ce problème. Une confrontation des résultats numériques et expérimentaux sera présentée et fera l'objet de notre discussion sur les objectifs mentionnés précédemment.

II- Position du problème:

Nous considérons une houle incidente monochromatique, de faible amplitude, se propageant en présence d'un obstacle fixés sur le fond d'un canal (figure 1).

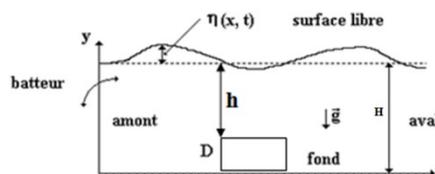


Figure 1: Schéma descriptif du domaine d'étude

Dans le cadre de la théorie linéaire de la houle, le mouvement est supposé plan, périodique et irrotationnel, et le fluide incompressible et non visqueux. La formulation choisie est en termes de potentiel des vitesses ϕ et de l'élévation de la surface libre η . Ces deux variables seront supposées

complexes et leur dépendance par rapport au temps est harmonique. Le potentiel $\varphi(x, y, t)$ peut être alors écrit sous la forme:

$$\varphi(x, y, t) = \phi(x, y)e^{-i\omega t} \quad (1)$$

i le nombre complexe tel que $i^2 = -1$, ω la pulsation de l'onde incidente et t le temps.

Dans le cadre de ces hypothèses, le problème de la propagation de la houle se ramène à la résolution du système d'équations suivant:

$$\Delta\phi(x, y) = 0 \quad \text{Dans le domaine fluide D} \quad (2)$$

$$\vec{U} = \vec{\nabla}\phi(x, y) \quad \text{Dans le domaine fluide D} \quad (3)$$

$$\vec{\nabla}\phi(x, y) \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{Sur le fond} \quad (4)$$

$$-\omega^2\phi(x, y) + g\frac{\partial\phi(x, y)}{\partial y} = 0 \quad \text{Sur la surface libre} \quad (5)$$

$$\frac{\partial\phi(x, y)}{\partial n} = ik\phi(x, y) \quad \text{En aval} \quad (6)$$

$$\Phi = \Phi_a \quad \text{En amont} \quad (7)$$

$$\eta = \frac{-i\omega}{g}\phi \quad \text{Élévation de la surface libre} \quad (8)$$

avec: H la profondeur de l'eau, h l'immersion de l'obstacle, (x, y) les coordonnées cartésiennes d'un repère galiléen R_g d'origine $(0, 0)$, g l'accélération de la pesanteur, \vec{n} la normale extérieure, \vec{U} le vecteur vitesse et Φ_a le potentiel de la houle incidente en amont.

III Principe de la Méthode des Solutions Fondamentales (MFS) :

Le problème de la houle précédent peut être formulé sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \Delta\phi(x, y) = 0 & \text{Dans le domaine fluide D} \\ \frac{\partial\phi(x, y)}{\partial n} = g(x, y) & \text{Dans } \partial D \end{cases}$$

La solution fondamentale pour le Laplacien 2D s'écrit sous la forme [9][10]:

$$\phi(x, y) = \sum_{i=1}^N \alpha_i G(r_i)$$

Où $G(r_i) = \frac{-1}{2\pi} \log(r_i)$ est la fonction de Green, N est le nombre de points de colocation et α_i sont les inconnues du problème et

$r_i = \sqrt{((x_i - \epsilon_j)^2 + (y_i - \epsilon_j)^2 + c)}$ est la distance entre les points du domaine et les points sur les frontières, c étant le paramètre de régularisation. $\vec{x}_i = (x_i, y_i)$ Représente le champ des positions du domaine et $\vec{s}_j = (\epsilon_j, \gamma_j)$ est l'emplacement des points sur les frontières figure (1). Pour déterminer les inconnues du problème α_i , nous allons utiliser une méthode de collocation aux conditions aux limites

de telle manière à trouver les valeurs des coefficients α_i . Une fois ces coefficients sont déterminés, le potentiel des vitesses $\varphi(x, t)$ et l'élévation de la surface libre $\eta(x, t)$ peuvent être obtenus directement par combinaison linéaire des solutions fondamentales.

VI- résultats et discussions :

On se place dans toute la suite dans un canal à houle numérique de profondeur constante $H=2.5m$ et de longueur $L = 30m$. Pour chaque valeur de la longueur d'onde λ , la fréquence angulaire ω est calculée à partir de la relation de dispersion $\omega^2 = gk \tanh(kH)$. On prendra la pesanteur g égale à 9.81 ms^{-2} .

VI-1 Validité du code numérique: cas d'un fond plat

La précision numérique de la MFS est étudiée et les résultats sont comparés pour l'élévation de la surface libre pour différent spécial paramètre c comme indiqué sur la Figure 4.

En ce qui concerne le mauvais conditionnement des matrices généralement observées dans la méthode des solutions fondamentales (MFS), nos expériences numériques indiquent que le système d'équations résultantes ne sont pas mal conditionnés, lorsque la valeur du paramètre de régularisation c est entre 0,007 et 0,09. Au-delà de cette gamme les équations se trouvent être mal conditionné. Nous avons choisis par la suite le paramètre $c=0,009$.

Sur la figure 2, une comparaison de la solution linéaire numérique et la solution analytique de Stokes à l'ordre 1 [11] est présentée ($a=0.01m$ et $\lambda=9m$). On remarque qu'il y a une bonne concordance entre les deux solutions, ce qui permet d'affirmer que l'approche numérique utilisée est valide.

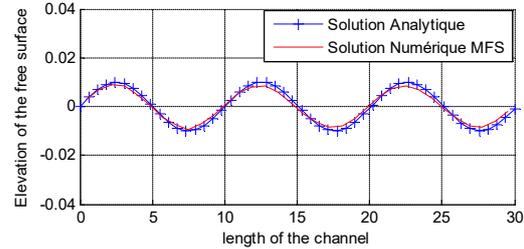


Figure 2 : Elévation de la surface libre numérique et analytique (stokes à l'ordre 1) pour un fond plat.

Pour évaluer l'écriture des conditions numériques d'absorption en aval, nous présentons sur la figure 3 les résultats du calcul du coefficient de réflexion dans le canal en absence d'obstacles pour une houle incidente de type Stokes [11]. Nous pouvons constater que les conditions numériques sont efficaces, le maximum de réflexion étant de 5%.

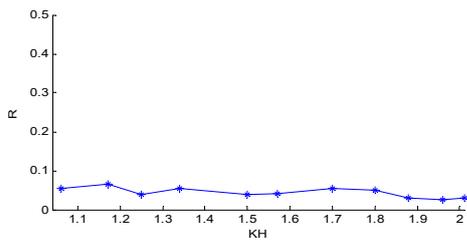


Figure 3: Coefficient de réflexion R en fonction de kH (fond plat).

VI-2 Cas d'un obstacle rectangulaire posé sur le fond

Afin de mieux analyser l'effet de la présence de l'obstacle sur la houle, nous avons choisis d'exprimer le coefficient de réflexion en fonction du produit sans dimension kh . Nous exprimerons ainsi les caractéristiques de la réflexion en fonction du paramètre de dispersion associé à l'immersion de l'obstacle. Nous présentons une confrontation entre nos résultats numériques et les mesures expérimentales [12]. Pour l'ensemble de nos résultats, nous avons choisi : $h = 1.25$ m, $H = 2.5$ m, longueur de l'obstacle $l = 25$ cm.

Nous présentons sur la figure 4 ($h/H = 50\%$) et la figure 5 ($h/H = 32\%$), une confrontation des résultats numériques et expérimentaux, en comparant la variation du coefficient de réflexion en fonction de kH . Ces courbes montrent que les résultats numériques sont en bon accord avec les mesures expérimentales pour les deux immersions. Le maximum du coefficient de réflexion se situe dans le domaine des grandes longueurs d'ondes.

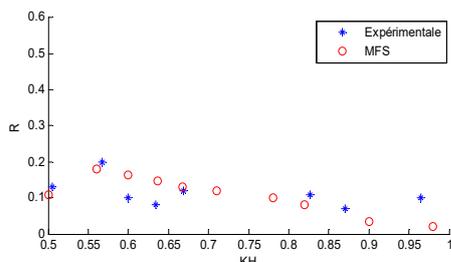


Figure 4 : coefficient de réflexion R en fonction de kH ($h/H = 50\%$).

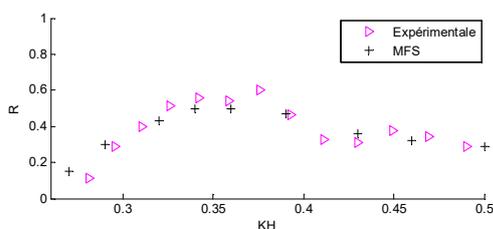


Figure 5 : Coefficient de réflexion R en fonction de kH ($h/H = 32\%$).

V- Conclusions:

Le travail que nous avons présenté ici avait comme

objectifs la validation du code de calcul numérique. En effet le code de calcul numérique, développé s'avère efficace pour le calcul du coefficient de réflexion lors du passage d'une houle monochromatique sur un obstacle constitué d'une marches rectangulaires fixée sur le fond d'un canal. Cette affirmation est basée sur le bon accord avec les résultats expérimentaux. En perspective, nous proposons l'amélioration de notre code en tenant compte des aspects non linéaires de la houle.

VIII- Références:

- [1] Takano K., Effet d'un obstacle parallélépipédique sur la propagation de la houle, Houille blanche, 15, 1960, p. 247-267.
- [2] Miles J. W., Surface wave scattering matrix for a shelf, J. Fluid Mech, 1967, 28, p. 755-767.
- [3] Mei C. C., Black J. L., Scattering of surface waves by rectangular obstacles in water of finite depth, J. Fluid Mech, 1969, 38, p. 499-511.
- [4] Rey V., Belzons M. et Guazzelli E., Propagation of surface gravity waves over a rectangular submerged bar, Eur. J. Mech. B/Fluid, 1992, 235, p. 235-453.
- [5] Rey V., Propagation and local behaviour of normally incident gravity waves over varying topography, Eur. J. Mech. B/Fluid, 1996, 11, p. 213-232.
- [6] S. Mordane, C.Chahine, S. Nasse, M.Chagdali, "Propagation de la houle en présence d'obstacles : Etude théorique, numérique et expérimentale", les cahiers de la recherche, 3 (2001) 161-176.
- [7] S. Naasse, C.Chahine, M. Chagdali, "Notion de longueur efficace pour la détermination de la réflexion de la houle par un obstacle ", C. R. Mécanique 330 (2002) 9-12.
- [8] Golberg M.A., The method of fundamental solutions for Poisson's equation, Engineering Analysis with Boundary Elements, Volume 16, Issue 3, October 1995, 205-213.
- [9] D.L. Young, C.C. Tsai, K. Murugesan, C.M. Fan, C.W. Chen, Time-dependent fundamental solutions for homogeneous diffusion problems, Eng. Anal. Bound. Elem. 28 (2004) 1463-1473.
- [10] C.J.S. Alves, A.L. Silvestre, Density results using Stokeslets and a method of fundamental solutions for the Stokes equations, Eng. Anal. Bound. Elem. 28 (2004) 1245-1252.
- [11] S. Mordane, Thèse d'Etat, "Contribution numérique à la résolution du problème d'interaction houle-obstacles", Université Hassan II-Mohammedia, Faculté des Sciences Ben M'Sik, Casablanca, 2001.
- [12] C. Chahine, Thèse d'Etat, "Etudes expérimentales de l'interaction de la houle avec des obstacles immergés", Université Hassan II-Mohammedia, Faculté des Sciences Ben M'Sik, Casablanca, 2001.