*Comportement des matériaux élastiques en présence*

*du phénomène de cavitation en écoulements*

Mohammed TAMANI1, Bennasser BAHRAR2, Hassan SAMRI2

1Laboratoire d’étude des matériaux avancés et applications,

FS-ESTM, Université Moulay Ismaïl, Meknès, Maroc.

[m\_tamani@hotmail.fr](mailto:m_tamani@hotmail.fr)

2 Groupe de Mécanique des fluides, énergétique & environnement,

Laboratoire SSDIA ENSET Mohammédia, Université Hassan II, Maroc.

*Résumé :* Ce travail a pour objectif la détermination d’une classe de matériaux de conduites permettant d’immuniser ou de réduire l’apparition de la cavitation en écoulement. Il s’agit d’élaborer un code de calcul permettant de décrire le phénomène de cavitation et comparer ses résultats avec ceux trouvés expérimentalement. Le modèle adopté est le modèle discret de la cavitation vaporeuse (DVCM) qui permet aux cavités de se loger aux nœuds de calcul d’une grille, entre lesquels l’écoulement est supposé monophasique de célérité de coup de bélier constante. L’application de l’équation de la conservation de la masse et du théorème de la quantité de mouvement permet de trouver le système d’équations aux dérivées partielles de type hyperbolique non linéaire. La méthode numérique utilisée est celle des caractéristiques qui permet de trouver à partir du système d’équations aux dérivées partielles une paire d’équations différentielles ordinaires dont la résolution est faite par différence finie. Le frottement du fluide sur la paroi de la conduite est pris en compte à l’aide de la loi de Darcy-Weisbach, sa partie instationnaire est évaluée selon l’algorithme de Zielke selon le modèle de Vardy-Brown.

*Mots-clés :* cavitation vaporeuse – méthode des caractéristiques – modèle discret – modèle de frottement instationnaire – séparation de colonnes.

**Nomenclature.**

*a* : Célérité du coup de bélier

*β*: Inclinaison de la conduite par rapport à l’horizontal

*D* : Diamètre de la conduite

*e* : Épaisseur initiale de la conduite

*E* : Module d’Young du matériau de la conduite

*g* : Accélération de pesanteur

*µ* : Viscosité dynamique de la conduite

*ν*: Coefficient de Poisson

*P* : Pression motrice dans la conduite

: Coefficient de pondération

*Q* : Débit de l’écoulement à l’instant t

*Qu*, *Qd* : Respectivement le débit en amont et en aval de la cavité

*ρ*: Masse volumique du fluide

: Tenseur de contraintes visqueuses

*τq*: Partie quasi-stationnaire du cisaillement

*τu*: Partie instationnaire du cisaillement

*τu*: Contrainte de cisaillement globale

*V* : Vitesse de l’écoulement en un point d’abscisse x à l’instant t

*W*, *Wapp*: Respectivement fonction poids relative au modèle de Zielke et fonction poids approchée

 : Module d’élasticité volumique de l’eau

: Variable récurrente

1. **INTRODUCTION.**

La cavitation est le phénomène de vaporisation d’un liquide lorsque celui-ci est le siège d’une réduction de pression au-dessous de sa pression de vapeur saturante [1]. Elle est, due aux impuretés et aux occlusions dissoutes dans le liquide et, plus particulièrement, dans les liquides industriels. Elle a pour conséquences les bruits intenses, des vibrations [2], la perte de l’élasticité de la conduite qui peut aller jusqu’à la rupture. Le phénomène d’érosion est souvent rencontré dans les écoulements avoisinant les métaux. On distingue deux types d’écoulements à cavitation : 1. Écoulement à deux phases avec un constituant, le liquide et sa vapeur, c’est la cavitation vaporeuse (séparation de colonnes). 2. Écoulement à deux phases avec deux constituants, le liquide et le gaz, c’est la cavitation gazeuse (gaz libre dans le liquide) [3]. Le modèle de séparation de colonnes en cas de cavitation vaporeuse permet aux cavités de se loger dans des nœuds régulièrement espacés entre lesquels s’écoule le liquide supposé monophasique. Le liquide situé entre les nœuds est caractérisé par une onde de coup de bélier constante. Ces nœuds sont supposés des conditions aux limites internes où la pression est fixée à la pression de vapeur du liquide [4]. La contrainte de cisaillement appliquée au fluide est exprimée par la somme d’un terme quasi-stationnaire et d’un terme instationnaire exprimé selon le modèle de Zielke [5]. Pour tenir compte à la fois du régime laminaire et turbulent une fonction poids et introduite par Zielke et améliorée par Vardy Brown [6, 7]. L’objectif de ce travail est d’élaborer un code qui permet de localiser les zones de cavitation dans un liquide en écoulement. Pour valider notre code, une comparaison est faite entre nos résultats et ceux donnés par l’expérience réalisée par Bergant et Simpson au laboratoire d’Hydraulique de Robin à l’Université d’Adélaïde en Australie [8]. Les résultats numériques sont en bon accord avec ceux trouvés expérimentalement.

1. **EQUATIONS DE BASE.**

L’écoulement est supposé unidirectionnel suivant une conduite cylindrique mince d’axe rectiligne. On se restreint aux cas des petites déformations et le fluide est supposé à caractère Newtonien. La célérité du coup de bélier est supposée très grande par rapport à la vitesse de l’écoulement et n’est pas affectée par le caractère diphasique de l’écoulement.

Les équations de base qui décrivent le mouvement sont obtenues à partir de l’équation de conservation de ma sse et du théorème de la quantité de mouvement.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  | () | |
|  |  | | | () |

Tenant compte de la loi barotropique du liquide et du comportement élastique de la conduite on a :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |
|  |  | () |

La célérité du coup de bélier est déterminée par :

La contrainte de cisaillement qui figure dans le second membre de l’équation (4.) est déterminée à partir du modèle de Zielke en introduisant les coefficients de Vardy-Brown [9].

1. **Méthode Numérique**

Le système des équations aux dérivées partielles à résoudre est de type hyperbolique. La technique numérique utilisée est, essentiellement, basée sur la méthode des caractéristiques, ce qui permet de calculer, numériquement, l’évolution des différents paramètres de l’écoulement en fonction du temps. La partie instationnaire du terme de frottement introduit dans l’équation (4.) sera calculée selon le modèle de Zielke avec considération d’une nouvelle fonction poids dont la particularité est qu’elle est valable à la fois en régime laminaire et turbulent par ajustage de ses coefficients calculés d’après la fonction de Vardy-Brown. Le terme instationnaire selon le modèle de Zielke est exprimé par un produit de convolution [10] :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Vitkovsky a développé une formulation du terme instationnaire de Zielke valable en régime turbulent en considérant la fonction poids approchée comme une somme finie de N termes exponentiels :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Compte tenu de l’expression de *Wapp*, l’équation (6) devient :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

avec 

La résolution de l’intégrale *yl* donne une forme récurrente de *yl(t+2Δt)* en fonction de *yl(t)* :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

Les coefficients *nl* et *ml* sont exprimés dans la littérature, le terme est exprimé en fonction de *yl* par :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |

L’application de la méthode des caractéristiques au système formé par (Eq. 3.) et (Eq. 4.) en tenant compte de l’équation (9), permet de donner la pente des lignes caractéristiques (Eq. 10.) et l’équation de compatibilité (Eq. 12.) [11]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | () |
|  |  | () |

Le volume de la cavité formée est donné par la relation de continuité relative au volume :

(12.)

1. **APPLICATIONS ET RESULTATS.**

Dans cette étude, et pour mettre en évidence l’effet des matériaux élastiques sur la limitation de l’apparition de la cavitation dans un écoulement en conduite, on considère un écoulement turbulent circulant avec une vitesse en régime permanent de 3 m/s et qui correspond à un nombre de Reynolds 119680 dans une conduite en polyéthylène, de longueur 40 m et dont le module de Young est 0,2 GPa, le diamètre et l’épaisseur sont respectivement 40 mm et 4 mm. La hauteur considérée de l’eau dans le réservoir est H0 = 20 m. une validation de ce code est faite en comparant ces résultats avec ceux obtenus expérimentalement à partir d’une expérience faite par Bergant et ses collaborateurs au Laboratoire d’Hydraulique de Robin à l’Université d’Adélaïde en Australie. On examine la réponse en pression à un échelon de vitesse correspondant à la fermeture brusque de la vanne en aval par résolution numérique de l’équation (11.) en utilisant la méthode des différences finies.

L’expérience concerne un écoulement dans une conduite inclinée en cuivre, ancrée à deux réservoirs remplis d’eau. L’écoulement est turbulent de vitesse 0,3 m/s.

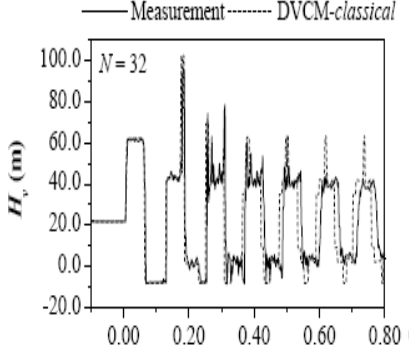


Fig. 1. Hauteur piézométrique expérimentale à la vanne

Fig. 2. Hauteur piézométrique à la vanne

donnée par ce code V0 = 0,3 m/s

Nous constatons qu’à cette vitesse, la hauteur maximale à la vanne trouvée expérimentalement est 95.6 m. Avec ce code, la hauteur maximale à la vanne est *Hmax* = 95.6051 m et la valeur trouvée par Bergant en considérant le modèle discret de la cavitation vaporeuse avec frottement stationnaire Hmax = 102,7 m. le volume maximal de la cavité obtenue à la vanne est 4.6361x10-7 m3, celui trouvé par Bergant est 3x10-7 m3.

Ce code a donc apporté des améliorations au modèle (DVCM) par introduction d’une fonction poids dans la contrainte de cisaillement, et qui tient compte à la fois du régime laminaire et turbulent.

On considère maintenant la conduite en polyéthylène. La surpression maximale dans ce cas ne dépasse pas celle provoquée par le coup de bélier et le volume de la poche d’air formée à la vanne ne dépasse pas 6.9846x10-8 m3 en un temps très court comme le montre la figure 4.

Fig. 3. Evolution de la cavité formée à la vanne

pour la conduite en polyéthylène

Donc le risque de cavitation dans ce type de matériaux flexibles est très faible, car la réflexion de l’onde de pression à la vanne donne une dépression qui peut selon la vitesse de l’écoulement ne pas atteindre la pression de vapeur saturante du liquide. L’écoulement se trouve donc à l’abri du phénomène de cavitation.

1. **CONCLUSION.**

* Ce code a montré sa pertinence pour résoudre les problèmes liés au coup de bélier et à la cavitation.
* L’introduction d’une fonction poids valable à la fois en régime laminaire et turbulent a pu améliorer le modèle discret de la cavitation vaporeuse en introduisant en plus du terme quasi-stationnaire, un terme instationnaire dans la contrainte de cisaillement.
* L’élasticité du matériau en polyéthylène a permis d’une manière considérable de réduire les effets de cavitation même pour les écoulements à fort nombre de Reynolds

**REFERENCES.**

[1] E. Christopher, Brennen, An Introduction to Cavitation Fundamentals, in WIMRC FORUM 2011-Cavitation: Turbo-machinery & Medical Applications, 4-6 July 2011, University of Warwick, UK, 2011.

[2] A. Bergant, A. R. Simpson, and A. S. Tijsseling, Water Hammer with Column Separation, A historical review, Journal of Fluids and Structures*,* V22(2), 2006, pp. 135-171.

[3] E. B. Wylie, Simulation of Vaporous and Gaseous Cavitation, Journal of Fluids Engineering*,* V106(3), 1984, pp. 307-311.

[4] G. A. Provoost, Investigation into Cavitation in a Prototype Pipeline Caused by Water Hammer, in Proceedings of 2nd International Conference on Pressure Surges, BHRA, London, UK, 1976, pp. 13-29. Also: Delft Hydraulics Laboratory, Publication No. 170.

[5] W. Zielke, Frequency-Dependent Friction in Transient Pipe Flow, Transaction of the ASME*,* Journal of Basic Engineering*,* V90(1), 1968, pp. 109-115.

[6] K. Urbanowicz, Z. Zarzycki, S. Kudzma, Improved Method for Simulating Frictional Losses in Laminar Transient Liquid Pipe Flow,Task Quarterly : Scientific Bulletin of Academic Computer Centre in Gdansk V14 (3), 2010, PP 175-188.

[7] K. Urbanowicz, Z. Zarzycki, S. Kudzma, Improved Method for Simulating Frictional Losses in Laminar Transient Liquid Pipe Flow,Journal Of Theoretical and Applied Mechanics, V49 (1), 2011, PP 135-158.

[8] A. Bergant, A. R. Simpson, Water Hammer and Column Separation Measurements in an Experimental Apparatus*,* Report No. R128, Department of Civil and Environmental Engineering, The University of Adelaide, Adelaide, Australia, 1995.

[9] K. Urbanowicz, Z. Zarzycki, S. Kudzma, Universal Weighting Function in Modeling Transient Cavitating Pipe Flow,Journal Of Theoretical and Applied Mechanics V50 (4), 2012, PP 889-902.

[10] K. Urbanowicz, Z. Zarzycki, Convolution Integral in Transient Pipe Flow, Task Quarterly : Scientific Bulletin of Academic Computer Centre in Gdansk V16 (3-4), 2012, PP 277-291.

[11] M. TAMANI, Modélisation Numérique de la Cavitation dans les Écoulements Transitoires en Conduites. Thèse de Doctorat, Faculté des Sciences, Rabat, Maroc. (2015)