

Etude des ondes guidées ultrasonores dans une structure tri-couche collée

H.RHIMINI¹

¹Laboratoire de Management Industriel, Energie et Technologie des Matières Plastiques et Composites.
Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique ENSEM Casablanca Maroc

hrhimini@yahoo.fr, rhimini@ensem.ac.ma

1. Introduction

Dans les industries aéronautique, aérospatiale et automobile le collage remplace de plus en plus le rivetage, la visserie et le soudage. Durant leur mise en service, les structures collées peuvent subir des endommagements causés par les conditions de chargement cyclique [1] et le joint de colle peut être soumis à diverses conditions environnementales provoquant la dégradation de la couche adhésive [2]. Par conséquent, il est nécessaire de surveiller l'état de l'assemblage collé à divers stades de son utilisation. Le contrôle non destructif par ultrasons en utilisant les ondes guidées est très prometteur. L'utilisation des ondes ultrasonores guidées comme moyen de contrôle passe inéluctablement par l'étude et la compréhension de la propagation guidée de ces ondes dans les structures tri-couches. La littérature scientifique est abondante en articles sur ce sujet. Thomson [3] et Haskell [4] sont les premiers qui ont étudié la propagation des ondes élastiques dans les structures multicouches planes en utilisant la méthode des matrices de transfert. Lowe et Cawley [5] ont montré que les ondes de Lamb sont fortement sensibles aux propriétés mécaniques et épaisseurs des adhérents mais restent insensibles aux propriétés de la couche de colle. Ces résultats sont similaires à ceux obtenus par Nagy et Adler [6].

Les résultats présentés dans cet article ont pour objectif de présenter un modèle analytique permettant de comprendre la propagation des ondes guidées dans une structure tri-couche assemblée par une couche de résine époxy. Ce modèle permettra d'identifier et de caractériser les modes propagatifs en définissant leur vitesse de propagation et les composantes de leur déplacement.

2. Ondes guidées dans une structure tri-couche

L'objectif de cette partie est d'établir les équations de dispersion des ondes guidées dans des structures tri-couche. Chaque couche est considérée comme étant un solide isotrope, homogène, infini, de densité volumique ρ_i , de vitesse longitudinale V_{L_i} , de vitesse transversale V_{T_i} , et d'épaisseur h_i , avec i indique le numéro de la couche ($i = 1, 2, 3$). Nous adoptons la méthode des potentiels. Le problème considéré est bidimensionnel (figure 1) et le potentiel vecteur se réduit au scalaire ($\Psi_{iz} = \Psi_i$).

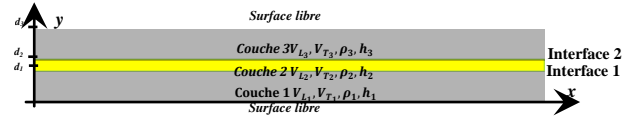


Figure 1 : Géométrie de la structure tri-couche

Dans chaque couche i se propagent deux types d'onde :

- Une onde longitudinale décrite par un potentiel scalaire Φ_i
- Une onde transversale décrite par un potentiel vecteur Ψ_i

Les expressions de Φ_i et Ψ_i sont données par :

$$\begin{cases} \Phi_i = [A_i e^{j q_i y} + B_i e^{-j q_i y}] e^{j(kx - \omega t)} \\ \Psi_i = [C_i e^{j s_i y} + D_i e^{-j s_i y}] e^{j(kx - \omega t)} \end{cases} \quad (1)$$

Où A_i , B_i , C_i et D_i sont les amplitudes arbitraires dans la couche i , k est le nombre d'onde parallèle à la direction de propagation, j est un nombre imaginaire, ω est la pulsation, q_i et s_i sont des nombres d'ondes orthogonaux (réels ou complexes), $k_{L_i} = \omega/V_{L_i}$ et $k_{T_i} = \omega/V_{T_i}$ satisfont aux équations de dispersion des ondes guidées $k_{L_i}^2 = k^2 + q_i^2$ et $k_{T_i}^2 = k^2 + s_i^2$.

Les champs de déplacements normal et tangentiel dans chaque couche i dérivent des potentiels suivants :

$$u_x^{(i)} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial y}, \quad u_y^{(i)} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial y} - \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \quad (2)$$

Les champs de contraintes sont donnés par:

$$\sigma_{xx}^{(i)} = \lambda_i \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} \right) + 2 \mu_i \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_i}{\partial x \partial y} \right) \quad (3)$$

$$\sigma_{yy}^{(i)} = \lambda_i \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} \right) + 2 \mu_i \left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Psi_i}{\partial x \partial y} \right) \quad (4)$$

$$\sigma_{xy}^{(i)} = \mu_i \left(2 \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \Psi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_i}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

où λ_i , μ_i sont les coefficients de Lamé dans chaque couche i . Les amplitudes arbitraires sont déterminées à partir des conditions aux limites suivantes :

- Premièrement, à l'interface supérieure, ($y=0$), les contraintes normale ($\sigma_{yy}^{(1)}$) et tangentielle ($\sigma_{xy}^{(1)}$) sont nulles (surface libre)
- Deuxièmement, à la première interface ($y = d_1$), nous considérons la continuité des contraintes stresses ($\sigma_{yy}^{(1)} = \sigma_{yy}^{(2)}$, $\sigma_{xy}^{(1)} = \sigma_{xy}^{(2)}$) et la continuité des déplacements ($u_x^{(1)} = u_x^{(2)}$, $u_y^{(1)} = u_y^{(2)}$)
- Troisièmement, à la deuxième interface ($y = d_2$), nous considérons la continuité des contraintes ($\sigma_{yy}^{(2)} = \sigma_{yy}^{(3)}$, $\sigma_{xy}^{(2)} = \sigma_{xy}^{(3)}$) et la continuité des déplacements ($u_x^{(2)} = u_x^{(3)}$, $u_y^{(2)} = u_y^{(3)}$)
- Quatrièmement, à la surface supérieure ($y = d_3$), les contraintes normale et tangentielles s'annulent

Ces équations résultant des conditions de continuité et des conditions aux limites, conduisent à un système

d'équations homogènes caractérisant la propagation des ondes guidées au sein de la structure tri-couche. Ce système peut être écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[a]\{b\} = \{0\} \quad (6)$$

[a] une matrice 12x12 fonction des propriétés géométriques et mécaniques de la structure, de la fréquence d'excitation f et du nombre d'onde k . $\{b\}$ est un vecteur, ces composantes sont les 12 amplitudes arbitraires. L'équation de dispersion est obtenue par annulation du déterminant du système et résolue numériquement pour déterminer les modes propagatifs dans cette structure. Dans cette étude nous considérons une structure tri-couche composée de deux plaques en aluminium assemblées par une couche adhésive de résine époxy. Les propriétés sont similaires à ceux de l'échantillon étudié dans la référence [7-8]. L'épaisseur de chaque plaque d'aluminium est de 0.9398 mm, tandis que celui de la couche adhésive est de 0.25 mm. Les vitesses longitudinale et transversale de la plaque d'aluminium sont respectivement $V_{L_a} = 6150$ m/s et $V_{T_a} = 3100$ m/s et de densité volumique $\rho_a = 2700$ kg/m³, les vitesses longitudinale et transversale de la couche adhésive sont prises respectivement $V_{L_c} = 771$ m/s et $V_{T_c} = 370$ m/s et de densité volumique $\rho_c = 1106$ kg/m³.

2.1 Courbes de dispersion

Pour déterminer les modes propagatifs dans la structure tri-couche, il faut tout d'abord déterminer les couples (f, k) solution de l'équation de dispersion obtenue par l'annulation du déterminant. Dans ce contexte, nous avons développé un programme informatique permettant de déterminer les courbes de dispersion des structures tri-couche. Les zéros de l'équation de dispersion sont déterminés et les modes sont alors distingués et séparés. En effet, pour chaque paire (f, V_p) , nous déterminons les zéros par la méthode de bisection. Ces couples zéros de l'équation de dispersion sont alors stockés dans une matrice et un algorithme de séparation des modes est ensuite appliqué. Nous obtenons enfin les courbes de dispersion sous forme de fréquence en fonction de la vitesse de phase. A partir de ces courbes nous pouvons déduire d'autres formes de présentation des courbes de dispersion telles que nombre d'onde en fonction de la fréquence en utilisant la formule $k = \omega/V_p$ et la vitesse de groupe en fonction de la

fréquence via l'expression suivante : $V_g = \partial\omega/\partial k$. La figure (2 a) illustre les courbes de dispersion sous forme de vitesse de phase en fonction de la fréquence pour différents modes dans une structure tri-couche collée de propriétés acoustiques identiques à celles décrites dans le paragraphe précédent. Les modes sont identifiés par M suivi d'un nombre. Pour exploiter ces courbes plusieurs modes n'apparaissent qu'à partir d'une certaine fréquence (fréquence de coupure). Par exemple dans l'intervalle de fréquence 0 KHz à 500 KHz

seulement les quatre modes M_1 , M_2 , M_3 et M_4 se propagent et les autres modes ne peuvent pas se propager à cette basse fréquence. M_1 et M_2 apparaissent à 0 MHz, tandis que M_3 et M_4 apparaissent respectivement à 105 KHz et 225 KHz (voir figure 2 b).

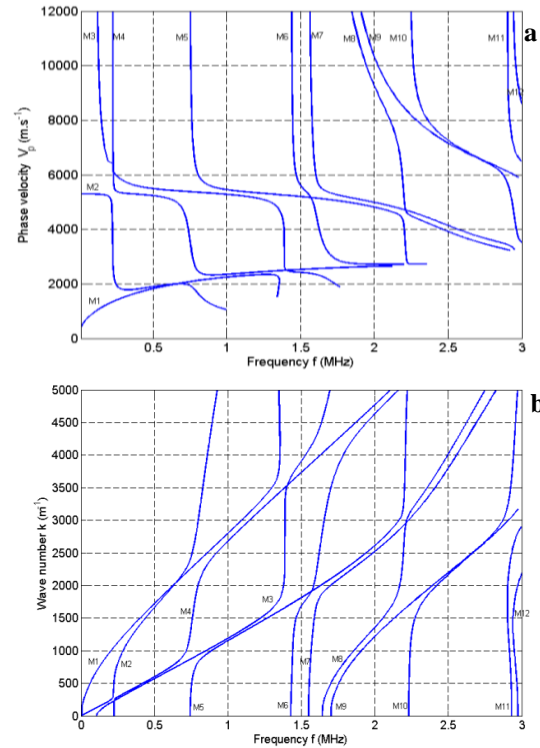


Figure Erreur ! Il n'y a pas de texte répondant à ce style dans ce document. : Courbes de dispersion : (a) vitesses de phase en fonction de la fréquence et (b) nombre d'onde en fonction de la fréquence pour une structure tri-couche collée : Al/Colle Epoxy/Al

2.2 Champ de déplacement

Les expressions du champ de déplacement u_x et u_y à travers la structure sont données par les équations suivantes :

$$\begin{cases} u_x^{(i)} = [jk(A_i e^{jq_i y} + B_i e^{-jq_i y}) + js_i(C_i e^{js_i y} - D_i e^{-js_i y})] e^{j(kx - \omega t)} \\ u_y^{(i)} = [jq_i(A_i e^{jq_i y} - B_i e^{-jq_i y}) - jk(C_i e^{js_i y} + D_i e^{-js_i y})] e^{j(kx - \omega t)} \end{cases} \quad (7)$$

Pour déterminer les constantes A_i , B_i , C_i et D_i , nous avons procédé comme suite. Dans la première étape, nous avons construit le système linéaire sous la forme $[a']\{b'\} = \{c\}$ déduit du système précédent $[a]\{b\} = \{0\}$. Où $[a']$ est une matrice carrée formée des onze premières lignes et des onze premières colonnes de la matrice $[a]$, $\{b'\}$ est un vecteur constitué par les onze composantes du vecteur $\{b\}$ et $\{c\}$ est un vecteur contenant l'opposé des onze premiers éléments de la douzième colonne de la matrice $[a]$. Dans la deuxième étape, par triangularisation de la matrice $[a']$ nous avons obtenu les valeurs des onze constantes en fonction de la douzième constante D_3 . Ainsi, la distribution du champ de déplacement à travers la structure est connue à une constante près.

2.3 Champ de contraintes

En utilisant la loi de Hooke et la relation reliant déformation-déplacement, l'expression du champ de

contrainte au sein de la structure tri-couche s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} \sigma_{xx}^{(i)} = \left[\begin{array}{c} -((\lambda_i + 2\mu_i)k^2 + \lambda_i q_i^2)(A_i e^{iq_i y} + B_i e^{-iq_i y}) - \\ -2\mu_i(C_i e^{is_i y} + D_i e^{-is_i y}) \end{array} \right] e^{j(kx - \omega t)} \\ \sigma_{yy}^{(i)} = \left[\begin{array}{c} -((\lambda_i + 2\mu_i)q_i^2 + \lambda_i k^2)(A_i e^{iq_i y} + B_i e^{-iq_i y}) + \\ +2\mu_i(C_i e^{is_i y} + D_i e^{-is_i y}) \end{array} \right] e^{j(kx - \omega t)} \\ \sigma_{xy}^{(i)} = \left[\begin{array}{c} -2\mu_i k q_i (A_i e^{iq_i y} - B_i e^{-iq_i y}) + \\ +\mu_i (k^2 - s_i^2)(C_i e^{is_i y} + D_i e^{-is_i y}) \end{array} \right] e^{j(kx - \omega t)} \end{cases} \quad (8)$$

2.4 Normalisation en puissance des champs acoustiques

Les écritures des champs acoustiques données ci-dessus ne contiennent aucune information immédiate sur la puissance que transporte un mode au sein de la structure. Elles ne permettent pas, par exemple, de déterminer quelle onde possède, en surface de structure, le déplacement normal le plus important. Lors d'une étude expérimentale, cette indication peut cependant être indispensable puisqu'elle détermine l'onde qui sera la plus aisément générée et/ou détectée. Pour que cette information soit directement accessible, l'écriture des champs acoustiques des ondes guidées est alors modifiée de telle sorte que ces modes soient normalisés en puissance [9]. De ce fait, les champs de déplacement

sont normalisés de la manière suivante $U_{x,N} = \frac{u_x}{\sqrt{|P_M|}}$ et

$U_{y,N} = \frac{u_y}{\sqrt{|P_M|}}$ ainsi que les champs de contraintes sont

aussi normalisés en puissance de la même façon : $\sigma_{xx,N} =$

$$\frac{\sigma_{xx}}{\sqrt{|P_M|}}, \sigma_{yy,N} = \frac{\sigma_{yy}}{\sqrt{|P_M|}} \text{ et } \sigma_{xy,N} = \frac{\sigma_{xy}}{\sqrt{|P_M|}}.$$

Les déplacements normalisés tangentiels (U_x) et normaux (U_y) des quatre premières ondes guidées, à savoir les modes M_1 (figure 3a), M_2 (figure 3b), M_3 (figure 3c), et M_4 (figure 3d), sont tracés dans l'épaisseur de la structure. En effet, ce sont ces quatre modes guidés qui existent à la fréquence ($f = 1\text{MHz}$). En effet, lors de l'utilisation des ces modes en vue d'une évaluation non destructive d'un matériau, le choix du mode à générer dépend du type de défaut que l'on veut mettre en évidence mais aussi de sa localisation soit à l'interface entre la plaque d'aluminium et la couche de colle soit un défaut situé dans la couche de colle ou un défaut situé dans l'une des deux plaque d'aluminium (défaut de surface ou défaut interne).

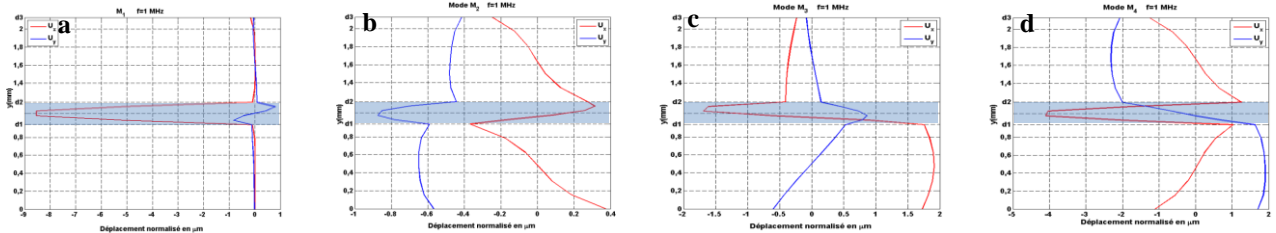


Figure 3 : Profils des déplacements tangentiels (U_x) et normaux (U_y) des modes M_1 (a), M_2 (b), M_3 (c) et M_4 (d) à $f=1\text{ MHz}$. Surface en gris : couche de colle

3 Conclusion

Dans cet article nous avons présenté un modèle analytique permettant de modéliser la propagation des ondes guidées au sein d'une structure tri-couche assemblée par une couche de colle. Les équations qui régissent la propagation des ondes guidées ont été présentées et résolues par la méthode de bisection et permettent de tracer les courbes de dispersion des modes guidés au sein de la structure. Enfin la connaissance de l'énergie transportée par une onde est d'une grande importance lors de l'étude de la diffraction des modes guidés par un défaut.

Références

- [1] R. P. Dalton, P. Cawley, M. J. S. Lowe, The potential of guided waves for monitoring, large areas of metallic aircraft structures, *J. Nondestruct. Eval.* 20 (2001) 29-46.
- [2] J. E. Michaels, T. E. Michaels, B. Mi., An ultrasonic angle beam method for in situ sizing of fastener hole cracks, *J. Nondestruct. Eval.* 25 3-16, (2006)
- [3] W. T. Thomson, Transmission of elastic waves through a stratified solid medium, *J. App. Phys.* 21(1950) 89-93,

- [4] N. A. Haskell., Dispersion of surface waves on multilayered media, *Bull. Seism. Soc. Am.* 43(1953), 17-34,
- [5] M.J.S. Lowe, P. Cawley, The applicability of plate wave techniques for the inspection of adhesive and diffusion bonded joints, *J. Nondestruct. Eval.* 13, (1994) 185-200
- [6] M.J.S. Lowe, P. Cawley, Comparison of Reflection Coefficient Minima with Dispersion Curves for Ultrasonic Waves in Embedded Layers, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation* , (1995),1505-1512
- [7] K. Heller, L. J. Jacobs, J. Qu., Characterization of adhesive bond properties using Lamb waves, *NDT&E International* 33 (2000), 555-563,
- [8] R. Seifreid, L. J. Jacobs, J. Qu, Propagation of guided waves in adhesive bonded components, *NDT&E International* 35 317-328, (2002)
- [9] H. Rhimini, M. El Allami, M. Sidki, A. Haddout, M. Benhadou, Ultrasonic guided waves in tri-layer structure. Application to study the interaction of guided waves with hidden defect at low frequency, *Electronic Journal «Technical Acoustics»* <http://ejta.org> (2016), 5
- [10] D. A. Cook et Y. H. Berthelot, Detection of small surface-breaking fatigue cracks in steel using scattering of Rayleigh waves, *NDT&E International* 34, 483-492 (2001).