## EFFET DU NOMBRE DE RAYLEIGH SUR LES TRANSFERTS THERMIQUES DANS UNE CAVTE OUVERTE

### K. AZAGAR, M. Boukendil, A. Abdelbaki, Z. Zrikem,

Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, Département de Physique, LMFE, Unité affiliée au CNRST (URAC 27), B.P. 2390, Marrakech, Maroc Auteur correspondant: m.boukendil@uca.ac.ma

#### Résumé

Les résultats de l'étude numérique de la convection naturelle dans une cavité ouverte sur le milieu ambiant ont montré que l'écoulement reste laminaire pour des nombres de Rayleigh allant de 10<sup>3</sup> jusqu'à 10<sup>5</sup> et des rapports de forme A variant de 0.25 à 1. Cependant, on note que ces deux paramètres ont une forte influence sur les transferts thermiques et le débit d'air échangés avec le milieu ambiant.

Mots clefs: Simulation numérique; Convection naturelle; Cavité ouverte ; Conditions aux limites

#### Introduction

Dans ces dernières décennies, les écoulements naturels dans les cavités fermées ont été largement étudiés. Les travaux dédiés à la convection naturelle dans les cavités ouvertes sont encore moins nombreux même si leurs domaines d'application sont nombreux et variés. La métallurgie, le bâtiment, la production de l'énergie, l'électronique en sont quelques exemples. Parmi les études réalisées, on peut citer celle expérimentale réalisée par Chan et Tien [1]. Ces auteurs ont analysé l'écoulement naturel de l'eau dans une cavité ouverte ayant un rapport de forme égale à 0.143. Dans la littérature, des études numériques sont également disponibles [2,3].

Dans ce travail, on va étudier numériquement la convection naturelle laminaire dans une cavité rectangulaire remplie d'air et ouverte sur un milieu ambiant maintenu à une température froide T<sub>0</sub>. La paroi verticale de la cavité est chauffée à une température constante T<sub>h</sub>>T<sub>0</sub> alors que celles horizontales sont supposées adiabatiques. Cette étude consiste à analyser l'effet du nombre de Rayleigh  $(10^3 \le$  $Ra \le 10^5$ ) et le rapport de forme  $(0.25 \le A \le 1)$  sur les champs dynamique et thermique dans la cavité.

#### Modèle Mathématique 2.

La configuration étudiée est représentée sur la figure (1). Il s'agit d'une cavité rectangulaire bidimensionnelle ouverte sur un milieu ambiant contenant un air froid et isotherme. La paroi verticale de la cavité est maintenue isotherme à

une température chaude T<sub>h</sub>>T<sub>0</sub>. Les parois horizontales sont adiabatiques.

L'écoulement d'air dans la cavité est supposé laminaire et le rayonnement de surface n'est pas pris en considération. En utilisant l'approximation de Boussinesq, les équations

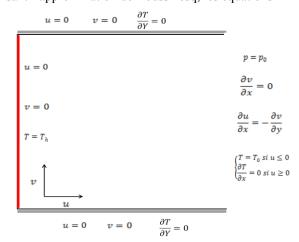


Fig.1. Configuration étudiée

adimensionnelles traduisant la conservation de la masse, la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie sont:

$$\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\begin{split} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} &= 0\\ \frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}) \end{split} \tag{1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra. Pr. \theta \tag{3}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}$$
 (4)

La résolution du système des équations (1-5) nécessite la connaissance des conditions aux limites pour chaque variable. Les conditions aux limites imposées à la configuration étudiée sont :

Sur les trois parois de la cavité

$$U = V = 0$$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right)_{Y=0} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right)_{Y=\Delta} = 0$$

$$\theta(0, Y) = 1$$

Au niveau de l'ouverture :

$$\begin{split} \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)_{X=1} &= -\left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right)_{X=1} \\ \left(\frac{\partial V}{\partial X}\right)_{X=1} &= 0 \\ \left(\frac{\partial \theta}{\partial X}\right)_{X=1} &= 0 \text{ si } U > 0 \\ \theta(1,Y) &= 0 \text{ si } U < 0 \end{split}$$

Les équations précédentes sont discrétisées par la méthode des volumes de contrôle, et résolues par l'algorithme SIMPLE en utilisant un schéma en loi de puissances.

#### 3. Résultats

#### 3.1 Lignes de courant et Isothermes

La figure (2) illustre les lignes de courants et les isothermes au sein de la cavité carrée pour différents nombres de Rayleigh.

Pour Ra=10<sup>3</sup>, on a une structure d'écoulement symétrique vis-à-vis de la médiane horizontale de la cavité. Dans cette structure, on distingue deux zones différentes. La première est formée d'une cellule horaire de faible intensité centrée au milieu de la cavité. La deuxième est formée de l'air ambiant qui entre par la partie inférieure de l'ouverture et sort par celle supérieure. Ainsi, le fluide froid pénètre à l'intérieur de la cavité en se déplaçant le long de la paroi passive inférieure. Lorsqu'il atteint la paroi verticale, il s'échauffe puis monte vers la partie supérieure sous l'action de la poussée d'Archimède. Une fois en contact avec la paroi adiabatique supérieure, l'air change de direction vers l'ouverture en sortant par sa partie supérieure.

A partir de Ra= $10^4$  jusqu'à  $10^5$ , la structure monocellulaire disparait alors que la seconde subsiste. En outre, on remarque que l'écoulement s'intensifie en augmentant le nombre de Rayleigh. En passant de Ra= $10^3$  à Ra= $10^5$ , la valeur maximale de la fonction de courant  $\Psi_{max}$  passe respectivement de 1.323 à 18.94 ce qui indique une augmentation d'environ 93.01%. Notons aussi qu'au fur et à mesure que Ra augmente, les lignes de courant s'éloignent de la paroi adiabatique inférieure et s'approchent de plus en plus de celles verticale et passive supérieure.

Les isothermes sont des lignes perpendiculaires sur les frontières de la cavité sauf celle active solide. Pour Ra=10³, ces lignes existent dans tout le domaine ce qui montre que le transfert de chaleur est dominé par la conduction. Pour des nombres de Rayleigh plus élevés, ces lignes sont confinées près de la paroi verticale chaude et celle horizontale supérieure. Cela montre que pour Ra>10⁴, la convection est le mode qui domaine les transferts de chaleur dans la cavité. A la limite, pour Ra=10⁵, on obtient une couche limite thermique en particulier en bas de la paroi chaude qui montre que le nombre de Nusselt local atteint sa valeur maximale à cet endroit.

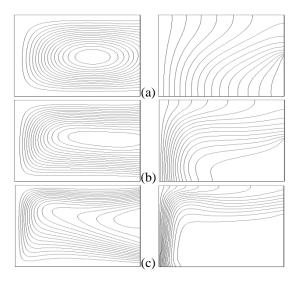


Figure 2: Lignes de courant et isothermes pour : (a)  $Ra=10^3$ , (b)  $Ra=10^4$  et (c)  $Ra=10^5$ 

#### 3.2 Profils de température

La figure (3) présente la variation de la température locale du fluide le long de la médiane verticale x=L/2, pour A=1 et différents nombres de Rayleigh. Les résultats de la figure montrent que la température du fluide est fortement influencée par le nombre de Rayleigh. On peut subdiviser la cavité en trois zones horizontales de différentes tailles. Dans la première, le fluide a une température minimale et uniforme. La taille de cette zone augmente avec le nombre de Rayleigh. Dans la deuxième zone, la température du fluide croit linéairement avec Y. La troisième représente la zone où la température est maximale.

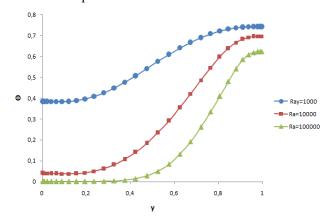


Figure 3: Variation de température en X=0.5 en fonction de Y pour différents nombre de Rayleigh.

# 3.3. Débit volumique de l'air sortant de la cavité

La figure (4) illustre la variation du débit d'air sortant d'une cavité carrée en fonction du nombre de Rayleigh. Comme prévu, on voit que la quantité de l'air échangée entre la cavité et le milieu extérieur augmente rapidement en fonction du nombre de Ra. Cela indique que les échanges

de chaleur entre le fluide froid et la paroi chaude sont trop importants lorsque le nombre de Rayleigh est élevé.

#### 3.4. Transfert de chaleur

La figure (5) illustre la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de nombre de Rayleigh pour A=1, A=0.5 et A=0.25.

Les résultats de la figure montrent que l'échange de chaleur convectif entre la cavité et le milieu ambiant croit rapidement avec le nombre de Rayleigh (Ra>10<sup>4</sup>) et surtout pour des rapports de forme A=1 et A=0.5. Cela est dû à la convection naturelle qui s'intensifie avec la différence de température entre la paroi verticale et l'air ambiant et par la suite, avec le nombre de Rayleigh basé sur cette différence. Cependant cette augmentation n'est observée qu'à partir d'un nombre de Rayleigh égal à 10<sup>5</sup> pour A=0.25 et qui reste moins importante que les autres (pour A=1 et A=0.25). En effet, ces augmentations sont de l'ordre de 85.66%, 83.81% et 23.73% respectivement pour les rapports de forme A=1, A=0.5 et A=0.25.

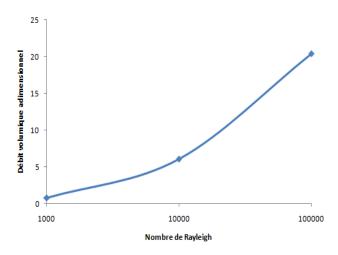


Figure 4: Variation de débit volumique sortant de la cavité en fonction du nombre de Rayleigh

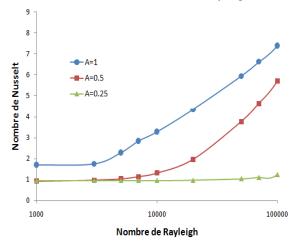


Figure 5: Nusselt moyen en fonction de Rayleigh pour différent rapport de forme.

#### 4 Conclusion

Dans ce travail, la convection naturelle laminaire  $(10^3 \le Ra \le 10^5)$  dans une cavité rectangulaire  $(0.25 \le A \le 1)$  ouverte sur un milieu ambiant froid et isotherme est étudiée.

Les résultats obtenus montrent que la structure de l'écoulement subit de profondes modifications lorsqu'on passe du régime de conduction à celui de convection. En augmentant le nombre de Rayleigh, le débit d'air et les transferts thermiques dans la cavité deviennent plus intenses notamment dans les cavités ayant un rapport de forme plus élevé.

#### Références

- [1] C. L. Chan and Y. L. Tien, *Laminar natural convection in shallow open cavities*, National Heat Transfer Conference 21st ASME-AIChE, Seattle, Washington: [s.n.], (1983), 77-82.
- [2] K. Vafai and J. Etteffagh, The effects of sharp corners on buoyancy-driven flows with particular emphasis on outer boundaries, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 33, (1990), 2311-2328.
- [3] A. Andreozzi and O. Manca, *Numerical* investigation on the steady state natural convection in a horizontal open-ended cavity with a heated upper wall, Numerical Heat Transfer Part A, Vol. 57, (2010) 453-472.