

EFFET DE L'INCLINAISON SUR LES TRANSFERTS THERMIQUES COUPLES DANS UNE CAVITE TRIDIMENSIONNELLE

B. JAMAL, M. BOUKENDIL, A. ABDELBAKI, Z. ZRIKEM

Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, Département de Physique, LMFE, Unité affiliée au CNRST (URAC 27), B.P. 2390, Marrakech, Maroc
Auteur correspondant: m.boukendil@uca.ac.ma

Résumé

Dans ce travail, on présente une étude numérique tridimensionnelle des transferts thermiques couplés par convection naturelle et conduction de chaleur dans les parois solides au sein d'une cavité cubique. Les températures des parois verticales droite et gauche sont maintenues respectivement aux températures T_h et T_c ($T_h > T_c$). Toutes les autres parois de la cavité sont considérées adiabatiques. L'effet de l'angle d'inclinaison ($0 \leq \varphi \leq 60^\circ$) sur la structure dynamique de l'écoulement et sur le transfert de chaleur est discuté pour différents nombres de Rayleigh. Les résultats ont montré que, l'inclinaison a un effet important sur les champs dynamiques et thermiques de l'écoulement au sein de la cavité. De plus, pour des nombres de Rayleigh élevés, le transfert de chaleur est fortement affecté par l'angle d'inclinaison de la cavité.

Mots clefs: *Etude numérique tridimensionnelle; Convection naturelle; Conduction ; Cavité cubique inclinée*

1. Introduction

Le problème des transferts thermiques couplés par convection naturelle et conduction de chaleur dans les parois solides au sein des cavités n'a pas été suffisamment étudié malgré leur importance dans plusieurs situations pratiques. Généralement, la plupart des études concernant les transferts thermiques couplés ont porté sur des modélisations bidimensionnelles [1,2]. Pourtant, l'expérience a montré que la solution en modèle bidimensionnel n'est pas vraiment représentative de la réalité physique. Pour cette raison, les configurations tridimensionnelles reçoivent un intérêt grandissant ces dernières années. Dans ce cadre, l'étude la convection naturelle dans des cavités tridimensionnelles a fait l'objet de plusieurs travaux [3,4]. Cependant, les travaux traitant les transferts thermiques couplés par convection naturelle et conduction de chaleur dans les parois solides dans des cavités tridimensionnelles inclinées sont rares.

Dans cette étude, on va s'intéresser à la simulation numérique tridimensionnelle des transferts thermiques couplés par convection naturelle et conduction dans une cavité cubique. L'effet de l'angle d'inclinaison $0^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$ sur le champ dynamique de l'écoulement d'air et sur les transferts de chaleur dans la cavité est analysé et discuté.

2. Problème physique et modèle mathématique

La configuration étudiée est schématisée sur la figure 1. Elle représente une cavité tridimensionnelle de largeur L , hauteur H et de profondeur W , inclinée d'un angle φ par rapport à l'horizontal, entourée par une matrice solide d'épaisseur $l=h=h'$. Les températures des parois verticales droite et gauche sont maintenues respectivement aux températures T_h et T_c . Toutes les autres parois de la cavité sont considérées adiabatiques. Le fluide est supposé newtonien et incompressible. La dissipation visqueuse est négligée dans l'équation de l'énergie et les propriétés thermophysiques sont supposées constantes et évaluées à une température de référence $T_0 = (T_h + T_c)/2$ sauf pour la masse volumique dans le terme de poussée où l'approximation de Boussinesq est adoptée.

L'écoulement d'air dans la cavité est supposé laminaire et le transfert de chaleur est tridimensionnel.

Les équations adimensionnelles traduisant la conservation de la masse, la quantité de mouvement et l'énergie en régime laminaire sont :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} \\ = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \\ + RaPr\theta_a \sin\varphi \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} \\ = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) \\ + Ra.Pr.\theta_a \cos\varphi \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial \tau} + U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} \\ = -\frac{\partial P}{\partial Z} + Pr \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_a}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta_a}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_a}{\partial Y} + W \frac{\partial \theta_a}{\partial Z} \\ = \frac{\partial^2 \theta_a}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_a}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta_a}{\partial Z^2} \end{aligned} \quad (5)$$

où (X, Y, Z) sont les positions adimensionnelles, τ le temps adimensionnel, U, V, W, P et θ_a sont les variables sans dimension associées respectivement aux composantes de la vitesse de l'air, à la pression et à la température de l'air. Ra est le nombre de Rayleigh et Pr celui de Prandtl.

L'équation adimensionnelle de la conduction de chaleur dans les parois solides est :

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{\alpha_s}{\alpha_a} \left(\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Z^2} \right) \quad (6)$$

où θ_s est la température adimensionnelle du solide et α_s sa diffusivité thermique.

Les conditions aux limites imposées aux frontières du domaine sont :

$U=V=W=0$ sur toutes les parois solides

- sur les surfaces verticales :

$$\theta_s(0, Y, Z) = 0 \text{ et } \theta_s(1, Y, Z) = 1$$

- sur les autres surfaces :

$$\left. \frac{\partial \theta_s}{\partial Y} \right|_{Y=0} = \left. \frac{\partial \theta_s}{\partial Y} \right|_{Y=1} = 0 \text{ et } \left. \frac{\partial \theta_s}{\partial Z} \right|_{Z=0} = \left. \frac{\partial \theta_s}{\partial Z} \right|_{Z=1} = 0$$

Aux interfaces fluide-solide, on a :

$$\theta_s(X, Y, Z) = \theta_a(X, Y, Z) \text{ et } \frac{\partial \theta_s}{\partial n} = N_k \frac{\partial \theta_a}{\partial n}$$

Où η est la coordonnée adimensionnelle normale à l'interface considérée et N_k le rapport des conductivités.

Le flux thermique global adimensionnel qui traverse la structure est :

$$\begin{aligned} Q_a &= \int_0^1 \int_0^1 \left. \frac{\partial \theta_s(Y, Z)}{\partial X} \right|_{X=0} dY dZ \\ &= \int_0^1 \int_0^1 \left. \frac{\partial \theta_s(Y, Z)}{\partial X} \right|_{X=1} dY dZ \end{aligned}$$

Les équations du modèle sont discrétisées par la méthode des volumes finis et résolues par l'algorithme SIMPLE. Afin de réaliser un compromis entre le temps de calcul et la précision des résultats de la simulation, une étude d'optimisation a été faite sur l'influence des pas d'espace et du temps. Cette étude a conduit au choix d'un maillage de $41 \times 41 \times 41$ comme étant le plus convenable pour la présente étude et d'un pas de temps adimensionnel de 10^{-4} .

3. Résultats et discussions

3.1 Lignes de courant et isothermes

Afin d'avoir une idée précise sur la structure de l'écoulement d'air et le transfert de chaleur, pour

différentes valeurs de l'angle d'inclinaison φ , la figure 2 représente les lignes de courant et les isothermes obtenus à mi-profondeur de la cavité ($Z=0.5$) pour $Ra=10^6$. L'analyse de la figure 2 montre que l'écoulement est monocellulaire pour toutes les valeurs de l'angle d'inclinaison considérées sauf pour $\varphi=45^\circ$ et $\varphi=60^\circ$ où l'écoulement contient des cellules secondaires en rotation dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. De même on peut constater qu'avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison, les cellules existant près des parois froide et chaude grandissent de manière graduelle. L'intensité de l'écoulement diminue avec l'inclinaison pour $0 \leq \varphi \leq 60^\circ$. En effet, les valeurs de Ψ_{max} pour $\varphi=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ et 60° sont respectivement 16.55, 13.77, 11.00, 7.63 et 4.76.

L'analyse des isothermes représentées sur la figure 2 montre que lorsqu'on diminue l'angle d'inclinaison, les isothermes se rapprochent les unes des autres et se condensent près des parois actives (écoulement fortement stratifié). Cette situation se produit surtout en bas de la partie chaude et en haut de celle froide où les gradients de température sont élevés. Ceci explique l'existence des couches limites thermiquement fortes près de ces zones. Ainsi, à chaque fois qu'on augmente l'angle d'inclinaison, les isothermes sont de plus en plus serrées autour de la diagonale indiquant que la stratification thermique devient faible et l'écoulement ne se fait plus en régime de couche limite. Cependant, lorsque la cavité tourne d'un angle φ la force de poussée, qui était parallèle aux parois actives de la cavité pour $\varphi=0$, tend à diriger l'écoulement dans sa direction verticale qui fait un angle $(\pi/2 - \varphi)$ par rapport aux parois latérales adiabatiques de la cavité.

On constate également que les profils de température dans les parois solides sont perpendiculaires à la direction du transfert de chaleur, les isothermes sont presque régulièrement espacées et les parois solides suivant la direction X constituent des ponts thermiques pour le système étudié.

3.2 Transfert de chaleur

L'influence de l'angle d'inclinaison sur le transfert de chaleur pour différents nombres de Rayleigh est illustrée sur la figure 3. On remarque que le flux de chaleur global adimensionnel, qui est insensible à l'inclinaison pour des nombres de Rayleigh faibles ; il devient fortement affecté par la variation de l'angle d'inclinaison, dès que le nombre de Rayleigh est supérieur à 10^4 . Cette influence est d'autant plus sensible que le nombre de Rayleigh augmente. Ceci s'explique par le fait qu'avec des nombres de Rayleigh faibles, le transfert de chaleur se fait essentiellement par conduction et donc les effets de la géométrie ou de l'angle d'inclinaison sont insignifiants. Ce qui n'est nullement le cas pour les grands nombres de Rayleigh, où il y a un mouvement convectif avec des accélérations et décélération qui peuvent dépendre fortement de l'orientation de la

cavité. L'analyse de la figure 2, montre une diminution du flux chaleur global adimensionnel (Q_a) avec l'augmentation de la valeur de l'angle d'inclinaison. Ainsi, pour $Ra=10^6$, en passant de $\varphi=0^\circ$ à $\varphi=60^\circ$, le transfert de chaleur décroît d'environ 22%. Cette diminution est due à la décélération de l'écoulement près des parois actives.

4. Conclusion

Dans le cadre de ce travail, nous avons réalisé une étude numérique tridimensionnelle des transferts thermiques couplés par convection naturelle et conduction dans une cavité cubique inclinée. Nous avons examiné l'effet de l'angle de l'inclinaison sur le champ dynamique de l'écoulement et sur le transfert de chaleur. Les résultats ont montré que, pour les grands nombres de Rayleigh, le transfert de chaleur est fortement affecté par les inclinaisons de la cavité. Ainsi, lorsque l'angle d'inclinaison augmente, le transfert de chaleur par convection devient de plus en plus faible et conduit à la diminution du taux de transfert de chaleur.

Références

- [1] S. Acharya and C. sang, *Influence of wall conduction on natural convection in an inclined square enclosure*, Heat and Mass Transfer volume 21(1987) 19-30.
- [2] D. Kim and R. Viskanta, *Effect of wall heat conduction on natural convection heat transfer in enclosure*, ASME J. Heat Transfer, volume 107 (1984) 139-146.
- [3] G.D. Mallinson and G. De Vahl Davis, *three-dimensional natural convection in a box: a numerical study*, J. Fluid Mech. volume 83 (1977) 1-31.
- [4] T. Fusegi, J.M. Hyun, K. Kuwahara and B. Farouk, *A numerical study of three-dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure*, Int. J. Heat Mass Transfer volume 34 (1991) 1543-1557.

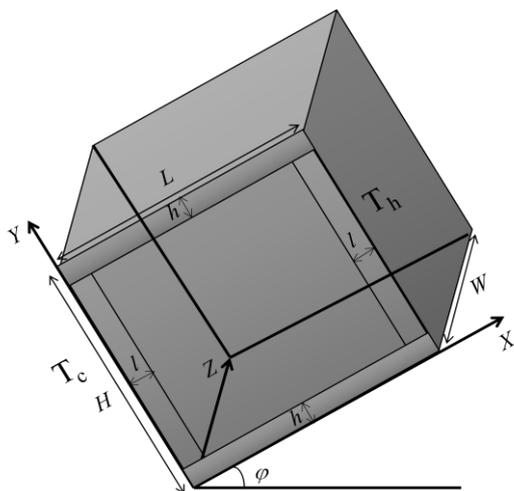


Figure 1: Configuration étudiée

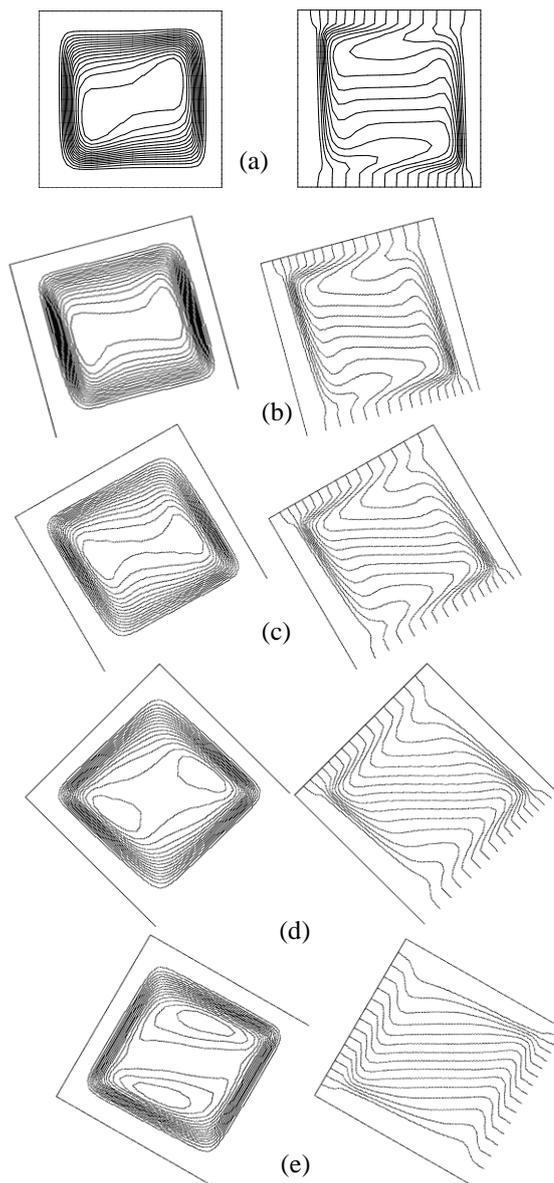


Figure 2 : Lignes de courant et isothermes sur le plan (X,Y) en $Z=0.5$ pour $Ra=10^6$ et différentes valeurs de l'angle d'inclinaison : (a) $\varphi=0^\circ$ (b) $\varphi=15^\circ$ (c) $\varphi=30^\circ$ (d) $\varphi=45^\circ$ (e) $\varphi=60^\circ$

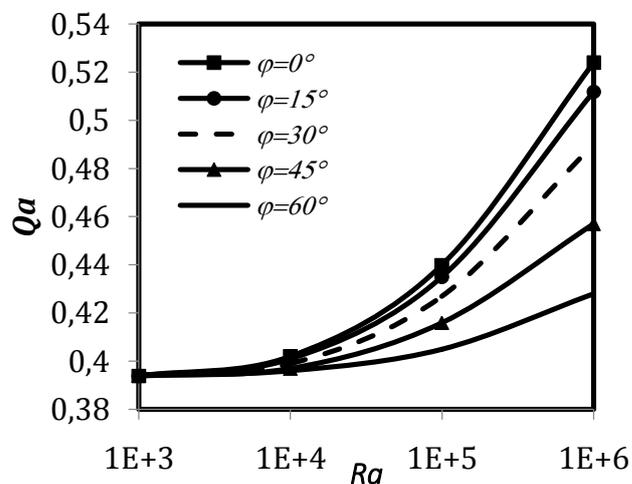


Figure 3 : variation du flux de chaleur global adimensionnel en fonction de Ra pour différentes valeurs de φ