

Etude d'engrenage cylindrique à denture droite

Belarhzal samya, El Moustapha Boudi, Bachir

Laboratoire Qualité, Sécurité et Maintenance (LQSM)

Ecole Mohammedia d'Ingénieur, université Mohammed V

Rabat, Maroc.

samyabelarhzal@research.emi.ac.ma

I. Introduction :

Un engrenage est un mécanisme élémentaire composé de deux roues dentées mobiles autour d'axes de position relative invariable.

Il permet de transmettre sans glissement un mouvement de rotation continu entre deux arbres rapprochés.

Engrenage : ensemble de deux « roues dentées »

Pignon : la plus petite des deux roues dentées

Roue : la plus grande des deux roues dentées

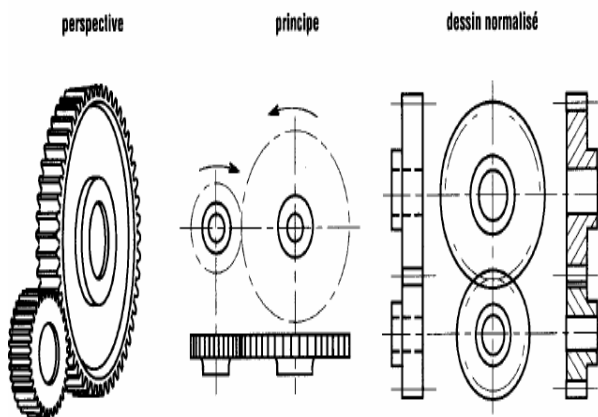


Image 1 : engrenage cylindrique à denture droite

	Engrenage extérieur	Engrenage intérieur
Module m	Donné par calcul de résistance des matériaux	
Nombre de dents Z	Donné par le rapport $(Z_1/Z_2) = (N_2/N_1)$	
Pas au primitif p	$p = \pi \cdot m$	
Saillie ha	$ha = m$	
Creux hf	$hf = 1,25 \cdot m$	
Hauteur de la dent h	$h = ha + hf = 2,25 \cdot m$	
Diamètre primitif d	$d = m \cdot Z$	
Diamètre de tête da	$da = d + 2 \cdot m$	$da = d - 2 \cdot m$
Diamètre de pied df	$df = d - 2,5 \cdot m$	$df = d + 2,5 \cdot m$
Largeur de dent b	$b = km$ (k : coefficient de largeur de denture $7 \leq k \leq 12$)	
Entraxe a	$a = \frac{d_1 + d_2}{2}$	$a = \frac{d_1 - d_2}{2}$

Tableau 1 : Définitions et terminologie des dents d'un engrenage.

II. Modélisation d'un engrenage cylindrique à denture droites sur ANSYS workbench 16 :

On cherche à déterminer la contrainte équivalente, la déformation élastique équivalente ainsi que le déplacement total.

On utilise une puissance $P=5$ kw et $v=1500$ tr/min.

On sait que $P=M \cdot W$ et $W=(2\pi/60) \cdot v$

$$\Rightarrow W = (2\pi \cdot 1500)/60.$$

$$\Rightarrow W = 157 \text{ rad/s.}$$

$$\Rightarrow M = 5000/157.$$

$$\Rightarrow M = 31,85 \text{ N.m}$$

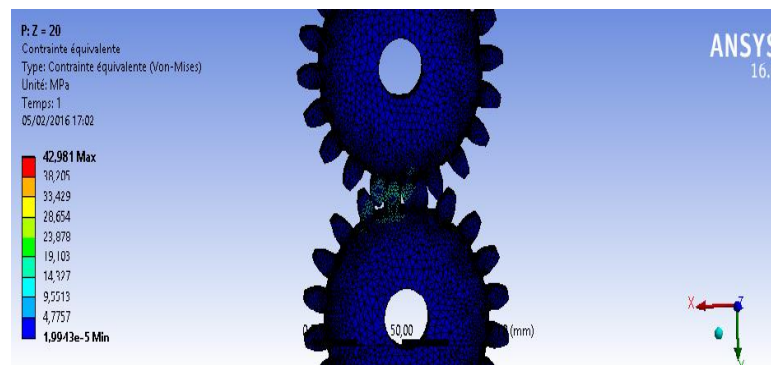


Image 2 : modélisation d'engrenage cylindrique à denture droite sur ANSYS.

III. Etude comparative :

1) Le rapport k :

Dans cette première partie, on fait changer la valeur du rapport de transmission d'engrenage k, pour voir son effet sur la contrainte équivalente, la déformation équivalente et le déplacement total.

Pour étudier la variation des valeurs de la contrainte équivalente, la déformation élastique équivalente et le déplacement total suivant k, on fait changer la valeur du rapport de la transmission d'engrenage entre 6 et 14.

On sait que la largeur de denture est $b=k.m$, dans ce cas, en augmentant la valeur de k, la largeur de la dent va augmenter aussi, et puis la quantité d'acier utilisée.

On utilisant l'équation de la développante de cercle, on détermine les coordonnées des points de profil de la dent

On prend $6 < k < 14$;

$m = 5$;

$z = 20$;

On obtient les résultats suivants:

K	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Contrainte équivalente max (Mpa)	117,84	81,245	75,352	64,403	57,734	53,965	51,945	38,648	32,947
contrainte équivalente min (Mpa)	4,23E-05	9,19E-06	2,95E-05	3,77E-05	4,57E-05	4,12E-05	4,16E-05	3,42E-05	3,14E-05

Tableau 2 : Variation de la valeur de la contrainte équivalente suivant k

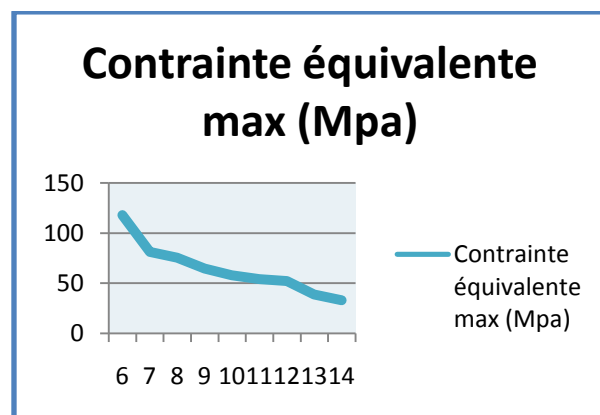


Image 3 : Variation de la contrainte équivalente suivant k.

K	6	7	8	9	10	11	12	13	14
déformation élastique max (mm/mm)	7,71E-04	4,84E-04	4,41E-04	3,91E-04	4,09E-04	3,42E-04	3,11E-04	2,44E-04	2,19E-04
déformation élastique min (mm/mm)	3,69E-10	4,60E-11	2,34E-10	2,30E-10	3,18E-10	2,44E-10	8,93E-11	2,40E-10	1,93E-10

Tableau 3 : Variation de la valeur de la déformation élastique équivalente suivant k.

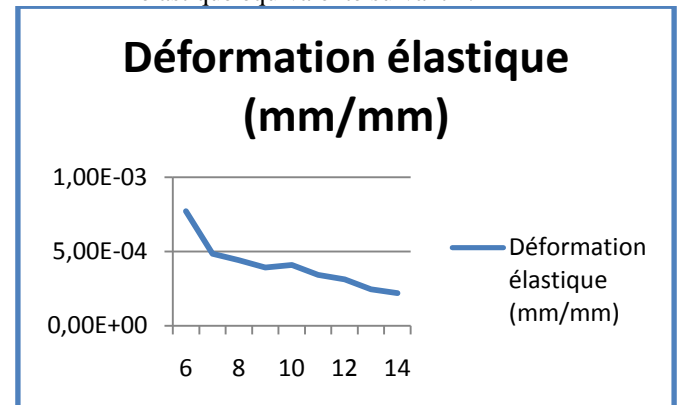


Image 4 : Variation de la déformation élastique équivalente suivant k.

On remarque que si on augmente k, la valeur de la déformation élastique diminue, ce qui est normal puisqu'on est dans le domaine élastique et dans ce cas $\sigma = E \cdot \epsilon$.

2) Nombre de dent Z :

Z	24	20	18	15	12
Contrainte équivalente	71,348	42,981	36,856	51,111	55,574
Déformation élastique équivalente	4,16E-04	2,39E-04	2,08E-04	4,34E-04	3,33E-04
Déplacement total	1,04E-02	1,12E-02	1,11E-02	9,67E-03	1,17E-02

Pour étudier l'influence de la valeur du nombre de dent Z d'un engrenage (les deux roues sont de même diamètre) sur la contrainte équivalente, la déformation élastique équivalente et le déplacement total appliqués sur les roues en mouvement, on utilise ANSYS pour tracer les différents cas et calculer les résultats.

On prend $m=5$ et $k=7$ et on change la valeur de Z.

On sait que le diamètre primitif $d=m.Z$.

-Rayon chanfrein : 1 mm.

-Rayon de cercle central : 12 mm.

Après calcul fait en utilisant l'équation de la développante de cercle, on obtient les résultats suivants :

Tableau 4 : Variation des valeurs de la contrainte équivalente, la déformation élastique équivalente et du déplacement total suivant Z.

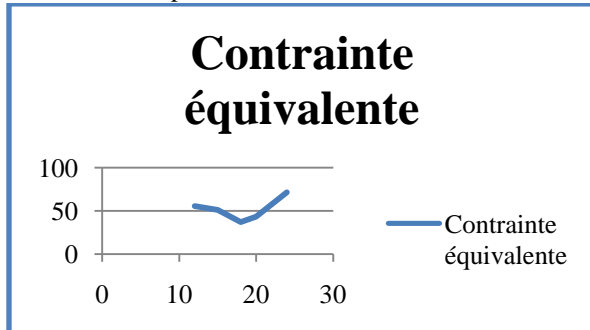


Image 5 : Variation de la contrainte équivalente suivant Z.

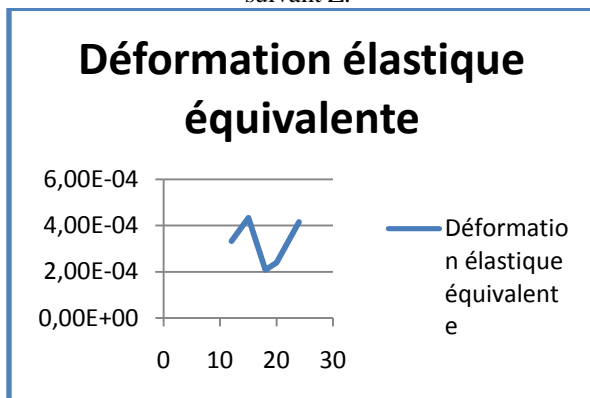


Image 6 : Variation de la déformation élastique équivalente suivant Z

La valeur optimale du nombre de dent Z est Z=15, c'est là où la valeur du déplacement total est minimale.

3) Module m :

On prend $Z = 20$, $k = 7$ et $2 < m < 7$.

On a les relations suivantes :

- Le diamètre primitif : $b = k.m$.
- Le pas $p = \pi.m$.
- La hauteur de la dent $h = 2,25.m$.
- Diamètre de tête : $d_a = d + 2.m$
- Diamètre du pied : $d_f = d - 2,5.m$.
- Rayon de chanfrein : 0,5 mm.
- Rayon de cercle central : 12 mm.

Afin d'étudier la variation de la contrainte équivalente, la déformation élastique équivalente et le déplacement total des roues d'engrenage suivant celle du module m, on prend $2 < m < 7$.

Après calcul fait et modélisation sur ANSYS on obtient :

m	2	3	4	5	6	7
Contrainte équivalente	1317,9	176,68	69,373	37,941	20,65	13,242
Déformation élastique	8,21E-03	1,02E-03	4,59E-04	2,31E-04	1,18E-04	6,63E-05
Déplacement total	7,09E-02	3,04E-02	1,77E-02	1,20E-02	8,72E-03	6,41E-03

Tableau 5 : Variation des valeurs de la contrainte équivalente, la déformation élastique équivalente et du déplacement total suivant Z.

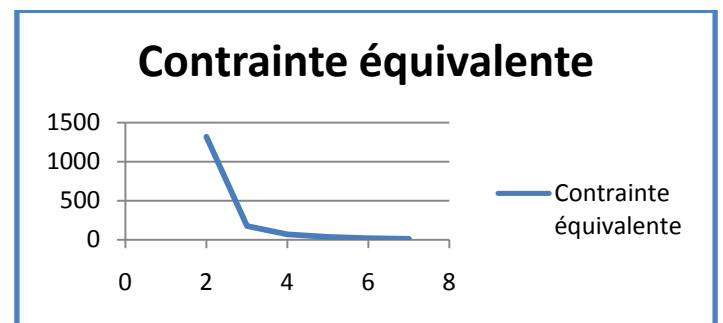


Image 7 : Variation de la contrainte équivalente suivant m

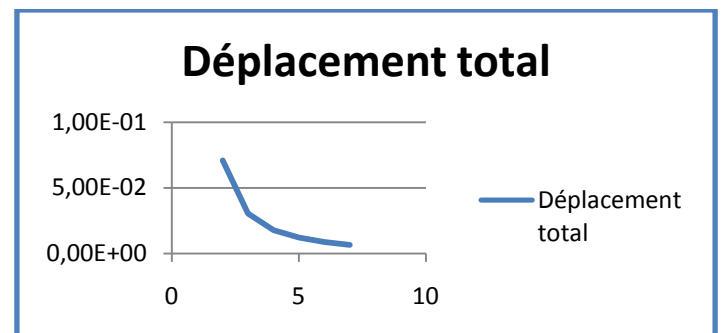


Image 8 : Variation du déplacement total suivant m.

IV. Conclusion :

Un engrenage est une transmission sans glissement de mouvement de rotation continue entre deux arbres rapprochés, un bon engrènement dépend de la contrainte équivalente générée, de la déformation élastique équivalente et du déplacement total des points des roues..., après modélisation des différents cas d'engrenage sur ANSYS Workbench 16, on constate que ces valeurs sont très relatifs à beaucoup de paramètres, comme le rapport de transmission d'engrenage k, le module m, le nombre de dent Z, le rapport de vitesse de rotation..., le but est de chercher la valeur optimale de ces différents paramètres, afin d'avoir le bon engrènement avec une bonne qualité, un meilleur coup et un risque minimal.