

ETUDE DE LA CONVECTION NATURELLE AUTOUR D'UN HEXAGONE PLACE DANS UNE CAVITE CARREE PAR LA METHODE DE BOLTZMANN SUR RESEAU

L. ELMOUTAOUAKIL, Z. ZRIKEM, A. ABDELBAKI

Faculté des Sciences Semlalia, Département de Physique, LMFE, Marrakech, Maroc.

1. Introduction

La méthode de Boltzmann sur réseau est une méthode numérique relativement nouvelle par rapport aux approches classiques basées sur les équations de Navier-Stokes. C'est une technique qui a été utilisée avec succès pour simuler les écoulements naturels laminaires dans les géométries complexes. Ainsi elle a été mise en œuvre pour prédire les structures de l'écoulement et les transferts thermiques dans des enceintes de différentes formes [1-4].

Dans ces travaux, les effets du nombre [1], de la taille [2] et de la position [3] des corps chauffants sur les champs dynamiques et thermiques dans la cavité sont analysés. Les résultats trouvés montrent que ces trois paramètres ont une grande influence sur les champs dynamiques et thermiques dans l'espace délimité par la section froide et celle chaude.

La revue bibliographique a montré que le cas d'un cylindre hexagonal horizontal chaud inséré dans une enceinte froide remplie d'eau et de section carrée n'a pas été étudié par la méthode de Boltzmann sur réseau. Pour cela, les effets du nombre de Rayleigh, de la taille et de l'orientation de l'hexagone sur la convection naturelle bidimensionnelle dans la cavité sont étudiés ci-dessous.

2. Configuration étudiée

Le système considéré est une cavité de section carrée ($A = H/L = 1$), remplie d'eau ($Pr = 7$) et ayant les quatre parois maintenues à une température froide T_C . Au centre de la cavité est placé un cylindre hexagonal de côté a , maintenu à une température chaude T_h . Les dimensions de la section hexagonale sont telles que $0.1 \leq B = a/L \leq 0.4$. Deux orientations correspondant à deux des sommets de la section hexagonale sur la médiane horizontale de la cavité carrée (cas I) ou sur celle verticale (cas II) sont considérées (figure 1). Les dimensions de la cavité et la différence de température ($T_h - T_C$) sont variés de sorte que $10^3 \leq Ra = g\beta(T_h - T_C)L^3/\alpha\nu \leq 10^6$.

Pour simuler l'écoulement et les transferts de chaleur dans le domaine physique considéré, la méthode de Boltzmann sur réseau (LBM) utilisant les deux fonctions de distribution f et g pour trouver respectivement les champs dynamiques et thermiques [5] est employée. Pour les deux fonctions f et g , on adopte le réseau D2Q9 qui contient neuf vitesses de propagation de flux de particules d'un nœud \mathbf{r} vers ses 8 voisins $\mathbf{r} + \mathbf{c}_i\Delta t$ (figure 1).

Pour le champ dynamique :

$$f_i(\mathbf{r} + \mathbf{c}_i\Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{\tau_f}(f_i(\mathbf{r}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{r}, t)) + \Delta t F_i \quad (1)$$

Pour le champ thermique :

$$g_i(\mathbf{r} + \mathbf{c}_i\Delta t, t + \Delta t) = g_i(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{\tau_g}(g_i(\mathbf{r}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{r}, t)) \quad (2)$$

τ_f et τ_g sont les temps de relaxation pour les champs dynamique et thermique, respectivement. Ils sont reliés à la viscosité cinématique et à la diffusivité thermique par :

$$\nu = c_s^2(\tau_f - 0.5)\Delta t \quad \text{et} \quad \alpha = c_s^2(\tau_g - 0.5)\Delta t \quad (3)$$

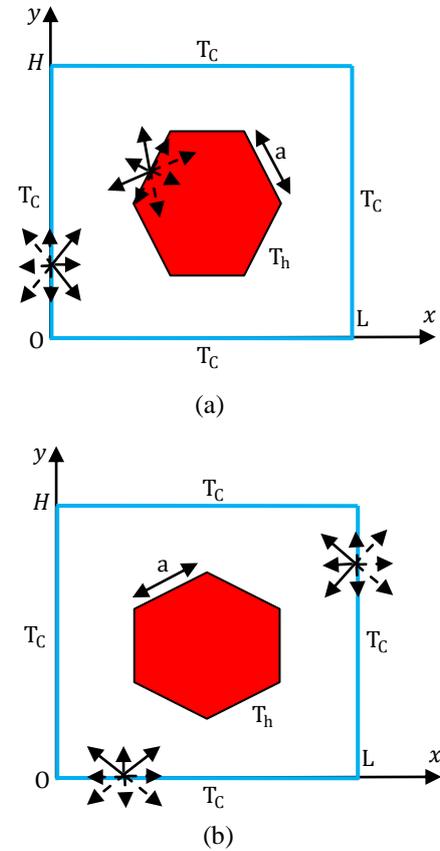


Fig.1. Configurations étudiées : (a) cas I et (b) cas II.

3. Procédure numérique et validation

Pour intégrer les équations relatives aux fonctions f et g , le domaine réel est subdivisé en 150×150 lattices de mêmes dimensions. Pour les deux situations traitées dans ce travail, les études les plus proches trouvées dans la littérature concernent des espaces annulaires remplis d'air, délimités de l'extérieur par les parois froides d'une cavité carrée et de l'intérieur par un cylindre circulaire chaud. Les résultats de notre code de calcul sont comparés sur le tableau 1 avec ceux obtenus de [2]. On peut relever l'excellent accord qu'il y a sur ψ_{max} pour les différentes valeurs de Ra et $D = 2R$ considérées.

Tableau. 1. Validations en termes de ψ_{max} .

		[2]			Présent travail			
		R/L	0.1	0.2	0.3	0.1	0.2	0.3
Ra	10^4	2.44	1.43	0.7	2.42	1.46	0.68	
	10^5	14.3	11.8	7.19	14.42	11.93	7.22	
	10^6	35.7	33.9	30	35.66	34.02	30.21	

4. Résultats et discussion

4.1. Cas I

Pour le cas I, $Ra = 10^3$ et différentes valeurs de B (taille du corps chauffant), les lignes de courant et les isothermes sont

présentées sur les figures 2a et 2b, respectivement. D'une manière générale, on a des structures de l'écoulement qui sont symétriques par rapport au centre et aux médianes verticale et horizontale de la cavité. De part et d'autre de la médiane verticale, les cellules convectives ont des rotations opposées et leur nombre augmente avec B , mais leurs intensités diminuent tout en restant en général assez faibles. Pour $B = 0.4$, il y'a quatre cellules qui occupent les coins de la cavité. En passant à $B = 0.1$, la taille de ces cellules augmente ce qui permet à celles qui tournent dans le même sens de fusionner totalement. Ainsi pour $B = 0.1$, on n'a que deux cellules distinctes qui entourent le cylindre et dont chacune occupe la moitié verticale de la cavité.

A cause de la faible intensité de l'écoulement ($Ra = 10^3$), le transfert de chaleur entre le cylindre et les parois de la cavité se fait principalement par conduction. En effet la figure 2b montre que pour un B donné, les isothermes sont pratiquement symétriques par rapport aux médianes verticale et horizontale et indiquent un transfert de chaleur proportionnel à la taille de l'hexagone. Pour $B = 0.4$, les isothermes indiquent un bon transfert de chaleur aux voisinages des parois horizontales et des sommets de l'hexagone proches des parois verticales de la cavité. Alors que pour $B = 0.1$, les isothermes sont presque circulaires avec un espacement qui augmente en s'éloignant de l'hexagone à cause de sa faible taille.

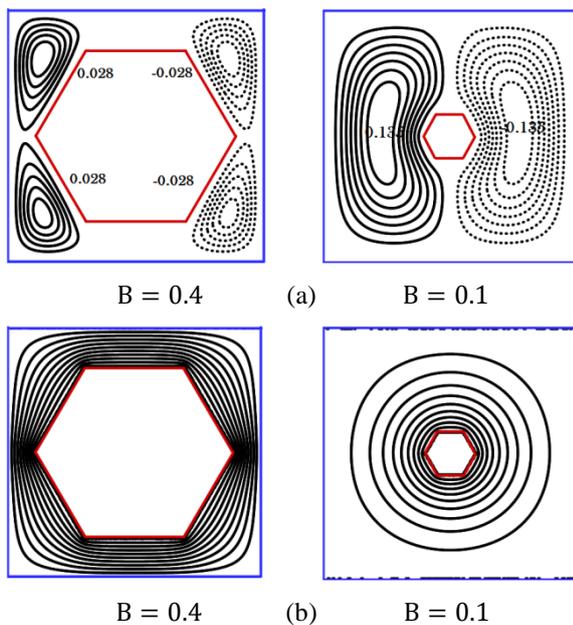


Fig. 2. Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour le cas I avec $Ra = 10^3$ et différents B .

Peu importe la taille de l'hexagone chauffant, l'écoulement de l'eau devient beaucoup plus intense pour $Ra = 10^6$ et la symétrie par rapport à la médiane horizontale n'est plus observée (figure 3a). Etant donné que la température de l'eau est plus élevée en haut de la cavité, l'intensité de l'écoulement est plus importante dans cette zone. Pour $B = 0.4$, on note l'apparition, entre les parois horizontales hautes de l'hexagone et de la cavité, de deux petites cellules contrarotatives similaires à celles observées dans les écoulements de Rayleigh-Bénard. Alors que les deux zones verticales, délimitées par les parois de l'hexagone et celles verticales de la cavité, contiennent chacune une grande

cellule qui entoure deux petites cellules dont celle d'en haut est plus intense. Pour une taille faible de l'hexagone, on a deux grandes cellules contrarotatives dont chacune occupe une partie verticale de la cavité, alors qu'au voisinage de la paroi horizontale basse de la cavité, le fluide est immobile.

Les isothermes de la figure 3b montrent que quelle que soit la taille du corps chauffant, le transfert convectif est important sur toutes les parois de l'hexagone et sur la paroi horizontale haute de la cavité. En plus pour $B = 0.4$, les isothermes montrent d'importants gradients thermiques dans tout le domaine y compris en bas de la cavité. Par contre pour $B = 0.1$, l'augmentation du nombre de Rayleigh favorise les échanges thermiques avec la paroi froide supérieure et les réduit au niveau de celle inférieure. En effet, en dessous de l'hexagone, la température de l'eau est pratiquement uniforme est égale à celle des parois froides. A noter aussi la formation d'un panache thermique lorsque le corps chauffant est de faible taille $B = 0.1$.

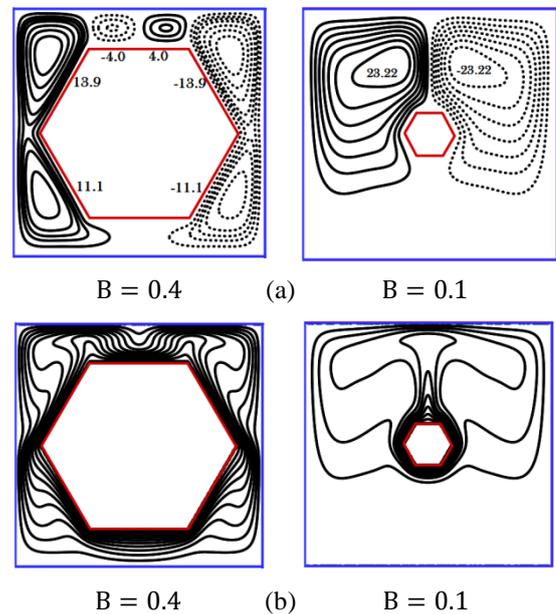


Fig. 3. Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour le cas I avec $Ra = 10^6$ et différents B .

4.2. Cas II

Pour cette nouvelle position de l'hexagone (cas II) et différentes valeurs de B , les lignes de courant et les isothermes sont présentées pour $Ra = 10^3$ sur les figures 4a et 4b, respectivement. Pour $B = 0.1$, les structures de l'écoulement et leurs intensités n'ont pas subies de modifications notables par rapport au cas I. Cependant pour $B = 0.4$, on a que deux grandes cellules contrarotatives, le long des parois verticales froides, dont chacune entoure deux petites cellules d'une faible intensité. Quant aux isothermes, elles montrent là aussi que le transfert de chaleur entre le cylindre et les parois de la cavité se fait principalement par conduction. Les isothermes du cas II peuvent être déduites de celles du cas I par une simple rotation de 90° autour du centre de la cavité. Ainsi pour $B = 0.4$, c'est au niveau des parois froides verticales et des milieux de celles horizontales que nous avons relativement un meilleur transfert de chaleur. Alors que pour $B = 0.1$, les isothermes restent circulaires, donc presque insensibles à l'orientation de l'hexagone.

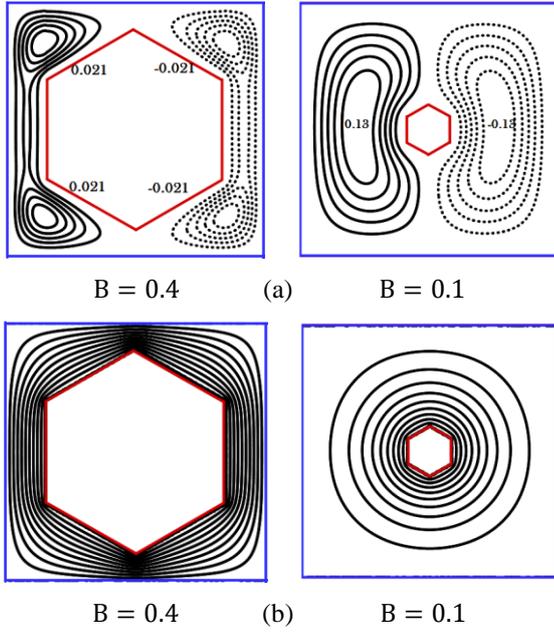


Fig. 4. Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour le cas II avec $Ra = 10^3$ et différents B .

En passant à $Ra = 10^6$ (figures 5a-b), pour $B = 0.1$, l'influence de l'orientation de l'hexagone sur les lignes de courant et les isothermes est négligeable. Seul, un léger effet au niveau du panache thermique qui se trouve juste au dessus du corps chaud est perceptible. Cependant pour $B = 0.4$, les champs dynamique et thermique ont subi des changements assez appréciables par rapport au cas I. Ainsi les deux petites cellules au dessus de l'hexagone ont subi des réductions importantes en taille et en intensité. Alors que les isothermes ont subi des modifications plus importantes, ce qui va entraîner des différences notables sur les transferts de chaleur locaux sur toutes les parois froides de la cavité.

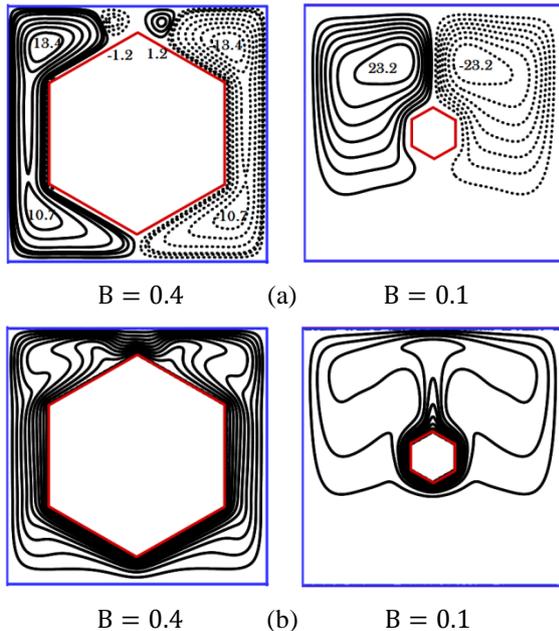


Fig. 5. Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour le cas II avec $Ra = 10^6$ et différents B .

5. Conclusion

La méthode de Boltzmann sur réseau a été utilisée pour étudier la convection naturelle de l'eau autour d'un cylindre hexagonal horizontal chaud inséré au milieu d'une cavité carrée à quatre parois froides. Pour deux orientations de l'hexagone (Cas I et II), les effets de la taille B ($0.1 \leq B \leq 0.4$) et du nombre de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$) ont été étudiés.

Pour chaque cas, il a été trouvé que l'intensité de l'écoulement et le nombre de cellules convectives dépend de la taille de l'hexagone et du nombre de Ra considérés. Cependant l'effet de l'orientation de l'hexagone sur la structure de l'écoulement dans la cavité n'est important que pour des valeurs élevées de B .

Références

- [1] Zhang T. and Che D., Double MRT thermal lattice Boltzmann simulation for MHD natural convection of nanofluids in an inclined cavity with four square heat sources, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 94, pp. 87-100, 2016.
- [2] Moukalled F. and Acharya S., Natural convection in annulus between concentric horizontal circular and square cylinders, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 10, pp. 524-531, 1996.
- [3] Bararnia H., Soleimani S. and Ganji D.D., Lattice Boltzmann simulation of natural convection around a horizontal elliptic cylinder inside a square enclosure, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 38, pp. 1436-1442, 2011.
- [4] Sheikholeslami M., Bandpy M.G. and Vajravelu K., Lattice Boltzmann simulation of magnetohydrodynamic natural convection heat transfer of Al_2O_3 -water nanofluid in a horizontal cylindrical enclosure with an inner triangular cylinder, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 80, pp. 16-25, 2015.
- [5] Mohamad A.A. and Kuzmin A., A critical evaluation of force term in lattice Boltzmann method, natural convection problem, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 53, pp. 990-996, 2010.