

# Influence de la modélisation des frottements sur la réponse dynamique de l'embrayage

Youssef Hilali, Bouazza Braikat, Hassane Lahmam, Nouredine Damil

Laboratoire d'Ingénierie et Matériaux (LIMAT), Faculté des Sciences Ben M'Sik, Université Hassan II de Casablanca, Sidi Othman, B.P 7955 Casablanca, Maroc.  
you.hilali@gmail.com

## Résumé

L'objectif principal de ce travail est de proposer une modélisation analytique des différents types de frottements qui interviennent dans le mécanisme d'embrayage en utilisant une technique de régularisation plus réaliste. De même, on présente une analyse détaillée concernant l'influence de cette modélisation sur le comportement dynamique non linéaire du mécanisme considéré, et ce, par comparaison avec les modélisations existantes dans la littérature et qui sont basées sur des fonctions de lissage de type tangente hyperbolique. Les résultats numériques obtenus à l'aide de notre algorithme, basé sur la méthode de Newton-Raphson et utilisant la technique de régularisation, seront comparés avec ceux utilisant la technique de lissage de type tangente hyperbolique. Le système physique représentant ce mécanisme a fait l'objet d'une étude récente concernant l'analyse de la dynamique non linéaire en utilisant les techniques de la Méthode Asymptotique Numérique (MAN) [7].

**Mots clefs :** *Mécanisme d'embrayage, Dynamique non linéaire, Fonctions singulières de contact, Technique de régularisation, Technique de lissage.*

## 1. Introduction

La modélisation et l'analyse de la dynamique non linéaire du mécanisme d'embrayage a fait l'objet de nombreuses recherches au cours des dernières années [1,2,3]. Dans ces travaux on a utilisé des modèles simples à deux ou à trois degrés de liberté et à une ou deux fonctions non linéaires pour analyser l'instabilité du système considéré et l'influence de quelques paramètres du frottement sec sur sa dynamique. En effet, Gaillard et al. [2] ont proposé cinq modèles de type frottement à sec en vue d'étudier le taux de dissipation d'énergie par cycle où l'effet de la non linéarité due au jeu a été négligé. Récemment, Driss et al. [1] ont proposé un modèle torsionnel global à cinq degrés de liberté intégrant l'ensemble des composants technologiques du mécanisme et possédant quatre types de non linéarité. Ces auteurs se sont intéressés à l'étude de l'effet de quelques paramètres sur le comportement dynamique de ce système.

Pour résoudre les équations issues de la dynamique non linéaire qui s'appuie sur les différents modèles mentionnés précédemment, on utilise souvent la méthode de Runge-Kutta [4], la méthode des balances harmoniques [5] ou bien un algorithme incrémental-itératif. Néanmoins, les auteurs avaient recours en général à la technique de lissage pour surmonter les zones de singularité existantes dans les modèles standards des différentes actions de contact. Kim et al. [6] ont étudié l'effet de la technique de lissage des fonctions discontinues sur la réponse fréquentielle d'un oscillateur incorporant une fonction linéaire par intervalle. Dans cette étude, nous développons de nouvelles écritures régularisées des différentes lois modélisant les actions de contact permettant ainsi d'avoir une approche numérique plus réaliste. Le système mécanique discret modélisant l'embrayage dans ce travail possède onze degrés de liberté et intègre six lois discontinues pour la modélisation standard des actions de contact. Le système d'équations gouvernant la dynamique non linéaire de ce modèle discret est résolu ici par un algorithme incrémental-itératif de type Newton-Raphson couplé avec le schéma temporel implicite de Newmark.

## 2. Modèle dynamique torsionnel de l'embrayage

Le système physique masse-ressort-amortisseur modélisant le mécanisme d'embrayage fonctionnant à frottement sec est représenté dans la figure (Fig.1). Ce modèle est composé de deux blocs ; le premier contient le volant d'inertie, le couvercle et le plateau pressant, tandis que le second contient les garnitures de friction, le moyeu et le reste de la transmission du mouvement.  $I_1$  représente l'inertie du volant d'inertie et du couvercle,  $I_2$  est l'inertie du plateau pressant,  $I_3$  est l'inertie des garnitures de friction,  $I_4$  est l'inertie du moyeu de l'embrayage et  $I_5$  est l'inertie du reste de la transmission du mouvement. On note par  $m_i (i = 1,2,3,4,5)$  la masse du  $i^{\text{ème}}$  élément. Le volant d'inertie et le couvercle sont reliés avec le plateau pressant grâce à l'action du ressort diaphragme qui est modélisé ici par une raideur torsionnelle  $k_d$ . Les deux blocs du modèle d'embrayage sont supportés par des paliers de raideurs de flexion et de traction-compression notées par  $k_{x_i}, k_{y_i}$  et  $k_{z_i} (i = 1,2)$ .  $c_{34}, c_{45}, c_{x_i}, c_{y_i}$  et  $c_{z_i} (i = 1,2)$  sont les coefficients d'amortissement.

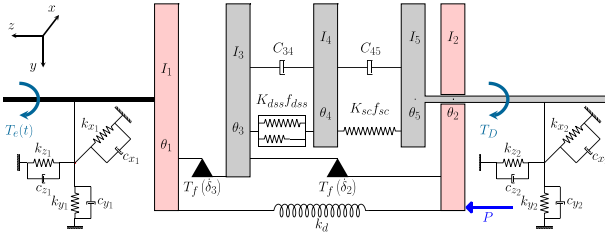


FIGURE 1 : Système physique discret modélisant le mécanisme d'embrayage.

Le fonctionnement à sec de ce mécanisme repose essentiellement sur le frottement élevé entre les faces des garnitures de friction lors du contact avec le volant d'inertie d'une part et le plateau pressant d'autre part. Au moment de la phase d'accouplement, ce frottement résulte de la combinaison d'une action tangentielle induite par les mouvements des deux blocs dans des sens opposés suivant les directions  $x$  et  $y$  et d'une action torsionnelle due au mouvement rotatif des éléments d'accouplement. Généralement, les frottements torsionnels sont modélisés par la loi classique de Coulomb [3] donné par :

$$T_f(\delta_i) = \begin{cases} T_s & , \delta_i > 0 \\ [-T_s \quad T_s] & , \delta_i = 0 \\ -T_s & , \delta_i < 0 \end{cases} \quad (\text{Eq.1})$$

où  $T_s$  représente le couple de frottement de saturation et  $\delta_i (i = 1,2)$  est la vitesse angulaire relative des deux surfaces en contact. Récemment, Driss et al. [1] ont représenté ce type de frottement par un modèle qui dépend de la vitesse relative  $\delta_i$  entre les deux disques et de la pression  $P$  exercée par le couvercle pour les maintenir en contact permanent et qui s'écrit :

$$T_f(\delta_i) = T_s \times \begin{cases} \mu(\delta_i) & , \delta_i > 0 \\ [-\mu(\delta_i) \quad \mu(\delta_i)] & , \delta_i = 0 \\ -\mu(\delta_i) & , \delta_i < 0 \end{cases} \quad (\text{Eq.2})$$

où  $T_s$  représente le couple de frottement de saturation et  $\mu(\delta_i)$  est le coefficient de frottement dépendant de la vitesse relative  $\delta_i$ .

Les forces de frottements tangentielles appliquées par le premier bloc sur le deuxième suivant les deux directions  $x$  et  $y$  sont données par [3] :

$$\begin{cases} F_{T_{x_{1/2}}} = -\mu_k P \times \text{sgn}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\ F_{T_{y_{1/2}}} = -\mu_k P \times \text{sgn}(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) \end{cases} \quad (\text{Eq.3})$$

La liaison entre les garnitures de friction et le moyeu de l'embrayage est modélisée par le terme  $K_{dss} f_{dss}(\delta_4)$ ; avec  $K_{dss}$  est une raideur torsionnelle et  $f_{dss}(\delta_4)$  est une fonction linéaire par intervalle [3]. Le contact à l'intérieur des cannelures est modélisé par la raideur non linéaire  $K_{sc} f_{sc}(\delta_5)$ . Le couple moteur est décomposé en série de Fourier sous la forme suivante [3] :

$$T_e(t) = T_m + \sum_{n=1}^{n_{max}} T_p \cos(\omega_{pn} t + \phi_{pn}) \quad (\text{Eq.4})$$

où  $T_m$  est une valeur moyenne,  $\omega_{pn} = \frac{N_e}{2} \Omega_e$  avec  $N_e$  est le nombre de cylindres du moteur thermique,  $T_p$  est l'amplitude de la  $n^{\text{ème}}$  harmonique et  $\phi_{pn}$  est la phase qui lui est associée. Dans notre travail, on se limite à l'harmonique fondamentale ( $n_{max} = 1$ ) tout en considérant la phase  $\phi_{pn}$  égale à zéro. La valeur du couple résistant est supposée égale à la composante moyenne du couple moteur.

Le vecteur des coordonnées généralisées est noté :

$${}^t\{q\} = \langle x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5 \rangle \quad (\text{Eq.5})$$

où  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$  et  $\delta_5$  désignent les déplacements angulaires relatifs.

Le système d'équations différentielles gouvernant le mouvement de l'embrayage s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} + f_{dss}(\delta_4)\{\varphi_{dss}\} + f_{sc}(\delta_4)\{\varphi_{sc}\} + T_f(\delta_2)\{\varphi_2\} + T_f(\delta_3)\{\varphi_3\} + F_{T_{x_{1/2}}}\{\varphi_x\} + F_{T_{y_{1/2}}}\{\varphi_y\} = \{F_{ext}(t)\} \quad (\text{Eq.6})$$

où  $[M]$ ,  $[C]$  et  $[K]$  représentent respectivement la matrice masse, la matrice d'amortissement et la matrice des raideurs.  $\{F_{ext}\}$  est le vecteur des forces extérieures,  $\{\varphi_{sc}\}$ ,  $\{\varphi_{dss}\}$ ,  $\{\varphi_2\}$ ,  $\{\varphi_3\}$ ,  $\{\varphi_{T_x}\}$  et  $\{\varphi_{T_y}\}$  sont des vecteurs indépendants du temps.

### 3. Technique de régularisation

Contrairement aux travaux existants dans la littérature et qui utilisent une technique de lissage plus simple basée sur la fonction tangente hyperbolique, nous proposons ici une technique de régularisation en vue d'améliorer les lois (Eqs. 1 et 2) surtout au voisinage des points de singularité. Afin d'illustrer cette technique de régularisation, on choisit comme exemple la loi du couple de frottement donnée par (Eq.2). La régularisation proposée sera comparée avec la forme lissée donnée par [5].

En appliquant la technique de régularisation, on obtient la loi analytique du couple de frottement suivante :

$$\begin{cases} \tilde{T}_f(\delta_i) = \frac{1}{2} (h(\delta_i) - g(\delta_i)) \\ h(\delta_i) = \sqrt{\left(T_f \mu(\delta_i) + \frac{T_f \mu(\delta_i) \delta_i}{\varepsilon}\right)^2 + 4\eta^2 T_s^2} \\ g(\delta_i) = \sqrt{\left(T_f \mu(\delta_i) - \frac{T_f \mu(\delta_i) \delta_i}{\varepsilon}\right)^2 + 4\eta^2 T_s^2} \end{cases} \quad (\text{Eq.7})$$

où  $\eta$  représente le paramètre de régularisation.

Dans la figure (Fig.2-A), on présente l'influence du paramètre  $\eta$  sur la régularisation proposée et dans la figure (Fig.2-B), on présente l'influence du paramètre  $\sigma$  sur la fonction de lissage de type tangente hyperbolique :

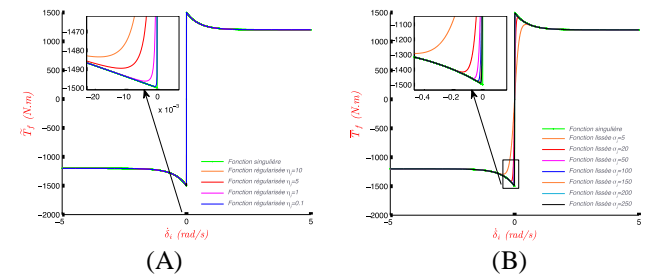


FIGURE 2 : Influence du facteur de lissage (B) et du paramètre de régularisation (A).

La figure (Fig.2-A) montre que le choix de la valeur ( $\eta = 0,1$ ) est largement suffisant pour mieux approximer la loi non régulière surtout au niveau des points de singularité, tandis que la figure (Fig.2-B) prouve que malgré l'augmentation de la valeur du facteur de lissage jusqu'à  $\sigma = 250$ , l'approximation par la fonction tangente hyperbolique présente une limitation au voisinage de ces zones de discontinuité.

#### 4. Résultats & discussion

Afin de montrer l'efficacité de notre modélisation pour le calcul dynamique non linéaire d'un mécanisme d'embrayage, on reprend les mêmes caractéristiques et données de ce dispositif utilisées par Driss et al. [3]. Dans cette application on se limite aux deux modèles de Coulomb qui approximent les couples de frottement torsionnel à savoir celui qui correspond au frottement à sec et celui qui tient compte de la vitesse relative des surfaces en contact. L'équation de mouvement gouvernant la dynamique de ce mécanisme (Eq.6) est résolue à l'aide de l'algorithme de Newton-Raphson couplé avec le schéma temporel de Newmark dont la tolérance est fixée à la valeur :  $\tau = 10^{-4}$ . Les paramètres du schéma temporel sont :  $\gamma = 0,25$  et  $\beta = 0,5$ . L'étude est réalisée dans l'intervalle de temps  $[0,0.1s]$  avec un pas de temps  $\Delta t = 4.10^{-7}s$ . Les valeurs des facteurs de lissage et celles des paramètres de régularisation sont :

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y = 50, \quad \sigma_{sc} = \sigma_{dss} = 100, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 50 \\ \eta_x = \eta_y = 10^{-2}, \quad \eta_{sc} = \eta_{dss} = 10^{-4}, \quad \eta_2 = \eta_3 = 10^{-3} \end{aligned} \quad (\text{Eq.8})$$

D'après les résultats numériques indiqués dans la figure (Fig.3) on remarque que la loi de Coulomb et la loi exponentielle, qui modélisent les frottements torsionnels, permettent d'avoir pratiquement la même période de la vitesse relative  $\delta_2$  jusqu'à l'instant  $t = 0,02s$  et ce avec les deux types d'approximation étudiés, tandis que les amplitudes obtenues par ces deux modèles présentent un décalage depuis l'instant initial. Cette analyse reste aussi valable pour les courbes numériques de la figure (Fig.4).

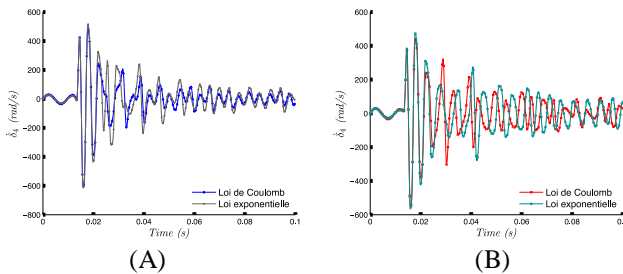


FIGURE 3 : Approximation de la loi de Coulomb et de la loi exponentielle par la technique de lissage (A) et la régularisation proposée (B).

D'après la figure (Fig.4), on constate que notre modélisation permet de localiser la limitation des modèles basés sur l'utilisation de la fonction tangente hyperbolique. En effet, cette limitation est caractérisée par des irrégularités qui apparaissent dans les courbes de réponse.

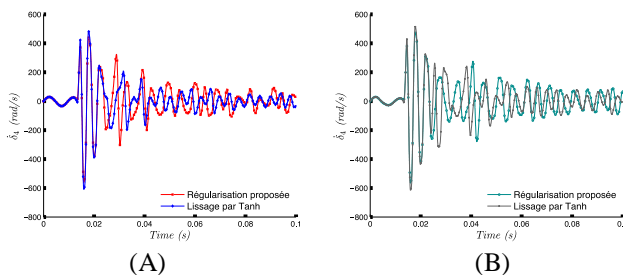


FIGURE 4 : Comparaison des deux approximations : loi de Coulomb (A) et loi exponentielle (B).

Notons aussi que la qualité des réponses numériques obtenue par notre modélisation basée sur la technique de régularisation est meilleure, en effet la valeur moyenne du logarithme décimal de la norme du vecteur résidu associé au problème (Eq.6) est égale à  $-7,316$  contrairement à la modélisation utilisant la fonction tangente hyperbolique comme fonction de lissage qui correspond à une valeur moyenne égale à  $-5,769$ .

#### 5. Conclusion

Dans ce travail, nous proposons quelques régularisations des différentes lois de contact pour éviter les singularités. En effet, les modèles standard de ces efforts de contact, dus aux frottements torsionnels sont caractérisés soit par une loi de type coulomb ou une loi exponentielle. Ces deux lois présentent des points de singularités qui engendrent un coût de calcul important lors de la résolution numérique du problème. Pour résoudre le problème non linéaire obtenu, nous avons utilisé un algorithme basé sur le couplage de la méthode de Newton-Raphson et le schéma temporel de Newmark. À l'aide des données d'un exemple d'embrayage réel, nous avons montré la limitation de la technique de lissage mentionnée précédemment surtout au niveau des zones de singularité.

#### Références

- [1] Y. Driss, T. Fakhfakh, M. Haddar, *Dynamics of a five-degree-of-freedom torsional system with dry friction path and clearance nonlinearity*, International Journal on Numerical and Analytical Methods in Engineering 2 (2014) 19–27.
- [2] C. Gaillard, R. Singh, *Dynamic analysis of automotive clutch dampers*, Applied Acoustics 60 (2000) 399 – 424.
- [3] Y. Driss, T. Fakhfakh, M. Haddar, *Dynamics of a five degree of freedom torsional system with dry friction path and clearance nonlinearity*, International Review of Mechanical Engineering 1 (2007) 61–69.
- [4] J. R. Dormand, P. J. Prince, *A family of embedded runge-kutta formulae*, Journal of Computational and Applied Mathematics 6 (1980) 19–26.
- [5] T. C. Kim, T. E. Rook, R. Singh, *Super- and sub-harmonic response calculations for a torsional system with clearance nonlinearity using the harmonic balance method*, Journal of Sound and Vibration 281 (3–5) (2005) 965 – 993.
- [6] T. C. Kim, T. E. Rook, R. Singh, *Effect of smoothening functions on the frequency response of an oscillator with clearance non-linearity*, Journal of Sound and Vibration 263 (2003) 665–678.
- [7] Y. Hilali, B. Braikat, H. Lahmam, N. Damil, *Nonlinear dynamics analysis of a clutch system using regularization technique and a high order algorithm*, 2<sup>nd</sup> International Conference on Material and Structural Mechanics (MSM 2016), Marrakech, Maroc, 2016.