

# ESTIMATION PAR MODELISATION INVERSE 2D DES PARAMETRES HYDRODYNAMIQUES DU SOL DU BASSIN LOUKKOS (MOROCCO)

M. HACHIMI, A. MASLOUHI, K. TAMOH, H. QANZA

Interdisciplinary Laboratory for Natural Resources and Environment, Department of Physics, Faculty of Sciences, Ibn Tofail University, B.P 242, 14000 Kenitra, Morocco. – Email: Mustapha\_hachimi@yahoo.fr

## Résumé

La modélisation des transferts d'eau dans la zone non saturée utilise des méthodes et des techniques de la physique du sol fondées sur la solution de l'équation de Richards. Dans ce travail, les paramètres hydrodynamiques ( $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $n$ ,  $K_s$ ) sont identifiés en utilisant deux types de méthodes. La méthode directe, qui utilise le modèle d'Haverkamp *et al.* (1994) combinée aux essais d'infiltrométrie à disque, et la méthode inverse qui détermine les paramètres hydrodynamiques à partir des mesures de la teneur en eau et de la lame d'eau infiltrée. Les expériences ont été effectuées, en saison sèche pendant le mois Septembre 2015, dans la région Rmel du bassin Loukkos situé au Nord du Maroc. Nos résultats expérimentaux et simulations, basés sur l'analyse des résidus, corrélation des paramètres, sensibilité et l'étude statistique montrent que le modèle numérique reproduit correctement les mesures expérimentales.

**Mots clefs:** *Infiltration 2D, modélisation, problème inverse, paramètres hydrodynamiques.*

## 1. Introduction

L'essentiel des transferts assurant le renouvellement et/ou la dégradation des ressources en eau souterraines se fait à travers les sols et la zone non-saturée de l'aquifère. Pour décrire et prédire le transport d'eau et de solutés dans la zone non saturée, la connaissance des paramètres hydrodynamiques ( $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $n$ ,  $K_s$ ) est indispensable (Saadi *et al.* 200 ; Hmimou *et al.* 2014, Rezaei *et al.* 20163), avec,  $\theta_r$  est la teneur en eau résiduel,  $\theta_s$  est la teneur en eau à saturation,  $K_s$  est la conductivité hydraulique à saturation et ( $\alpha$ ,  $n$ ) sont des paramètres de formes de modèle. Šimunek and van Genuchten (1996) ont montré que tous les paramètres hydrodynamiques peuvent être correctement estimés par la méthode inverse à partir des données d'infiltrations. Pour la détermination des paramètres hydrodynamiques du sol de la région Rmel du bassin Loukkos, nous avons suivi deux approches. La première est la caractérisation hydrodynamique du sol, par la méthode directe, basée sur l'utilisation de l'infiltromètre à disque combinée au modèle d'Haverkamp. La deuxième méthode est basée sur une approche inverse 2D qui permet d'estimer

les paramètres hydrodynamiques du sol ( $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $n$ ,  $K_s$ ). Ce modèle est basé sur la résolution directe de l'équation de Richards 2D de l'écoulement axisymétrique, l'algorithme de Levenberg-Marquardt et sur les données d'infiltration cumulative  $Q(t)$  et des teneurs en eau  $\theta(t, r, z)$ . L'originalité du travail par rapport aux autres travaux rencontrés dans la littérature repose sur la mesure simultanée de plusieurs variables (pression, teneur en eau, lame d'eau cumulée et le profil du front d'humidité) à différentes conditions aux limites et la manière de validation de résultats numériques par différentes critères. Les résultats obtenus par les deux méthodes décrivent de manière satisfaisante les résultats expérimentaux.

## 2. Matériels et méthodes

### 2.1 Méthode directe : caractérisation du sol

L'infiltromètre à disque est devenue un outil précieux pour la caractérisation du sol. Les essais d'infiltration de terrain ont pour objectif la détermination des paramètres hydrodynamiques ( $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $\alpha$ ,  $n$ ,  $K_s$ ) du sol. Plusieurs méthodes d'ajustement de l'équation d'infiltration sur les données expérimentales d'infiltration peuvent être appliquées pour déterminer les valeurs de la conductivité hydraulique  $K_0$ . Vandervaere (2000) a proposé un ajustement par régression linéaire de la courbe:

$$\frac{dI}{d\sqrt{t}} = S + 2A\sqrt{t} \quad (1)$$

Pour résoudre le problème de l'écoulement de l'eau, il faut évidemment connaître les relations  $\theta(h)$  pour la courbe de rétention, et  $K(h)$  pour la courbe de conductivité hydraulique. Parmi les modèles proposés, on choisit le modèle de Van Genuchten-Mualem (1980):

$$S = \frac{\theta(h) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{\left(1 + |\alpha h|^n\right)^m} \quad \text{pour } h < 0 \quad (2)$$

$$K(S) = K_s S^{\frac{1}{2}} \left[ 1 - \left(1 - S^{\frac{1}{m}}\right)^m \right]^2 \quad \text{pour } h < 0 \quad (3)$$

## 2.2 Equation de l'écoulement 2D

L'écoulement de l'eau sous le disque dans un sol isotrope, homogène et non-gonflant, présente une symétrie axiale autour d'un axe vertical  $z/[L]$  orienté vers le bas est décrit par l'équation de Richard 2D:

$$C(h)\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(h) \left( \frac{\partial h(\theta)}{\partial z} - 1 \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r K(h) \frac{\partial h(\theta)}{\partial z} \right) \quad (4)$$

## 2.3 Méthode inverse

Dans ce travail, nous avons développé un modèle numérique basé sur la résolution de l'équation de Richard 2D couplée à une procédure d'optimisation d'une fonction objective par l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Ce modèle est destiné à estimer les paramètres hydrodynamiques ( $\theta_s$ ,  $\theta_s$ ,  $n$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$ ). L'approche inverse est basée sur la minimisation d'une fonction objective, représentant les écarts quadratiques entre les variables d'états mesurés et calculées. Dans notre étude, nous formulons une fonction objective  $\Phi(\beta)$  contenant les mesures de teneur en eau  $\theta(t, r, z)$  et de la lame d'eau cumulée  $Q(t)$ . Cette fonction s'écrit sous la forme suivante :

$$\Phi(\beta_k) = \lambda_q \sum_{n=0}^{ntq} W_q \left[ Q_{mes}^{n+1}(t) - Q_{sim}^{n+1}(t, \beta_k) \right]^2 + \lambda_\theta \sum_{n=0}^{nt\theta} \left\{ \sum_{i=0}^{nz} \sum_{j=0}^{nr} W_{\theta} \left[ \theta_{mes}^{n+1}(t, z_i, r_j) - \theta_{sim}^{n+1}(t, z_i, r_j, \beta_k) \right]^2 \right\} \quad (5)$$

La figure 1 présente l'organigramme d'estimation des paramètres hydrodynamique par la méthode inverse.

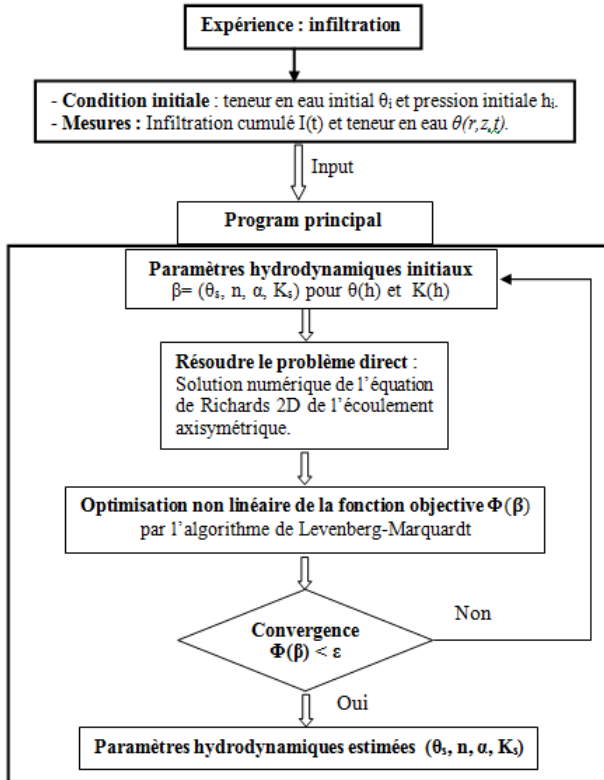


Figure 1: Organigramme de la méthode inverse utilisée

## 3. Résultats et discussions

### 3.1 Méthode directe

Dans cette partie, nous effectuons une étude de caractérisation hydrodynamique du sol de la région Rmel du bassin Loukkos. Nous avons utilisé une méthode directe basée sur l'infiltromètre à disque. La valeur de la teneur en eau initial mesurée  $\theta_i=0.023$  ( $\text{cm}^3.\text{cm}^{-3}$ ) indique que le sol est initialement sec. Ce qui nous permet de prendre la teneur en eau résiduelle nulle  $\theta_r=0$ . les points mesurés des teneurs en eau sont ajustés, en utilisant le modèle de Van Genuchten (Eq. 2) (Figure 2) (Hachimi & Maslouhi ; 2016). On observe que le modèle de Van Genuchten décrit bien les points expérimentaux avec un coefficient de corrélation  $R^2=0.91$ .

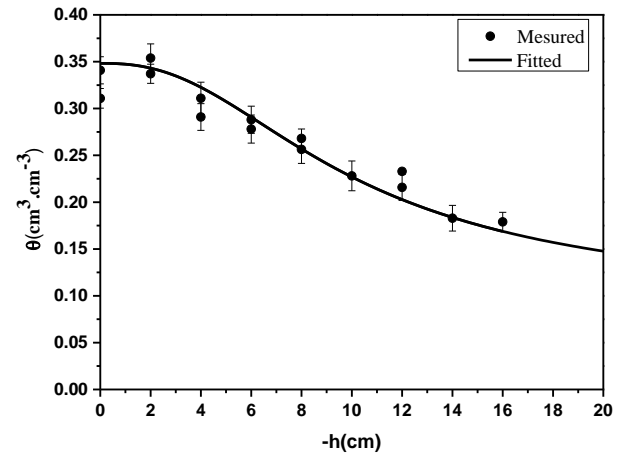


Figure 2 : Ajustement de la Courbe de rétention  $\theta(h)$  sur les points expérimentaux

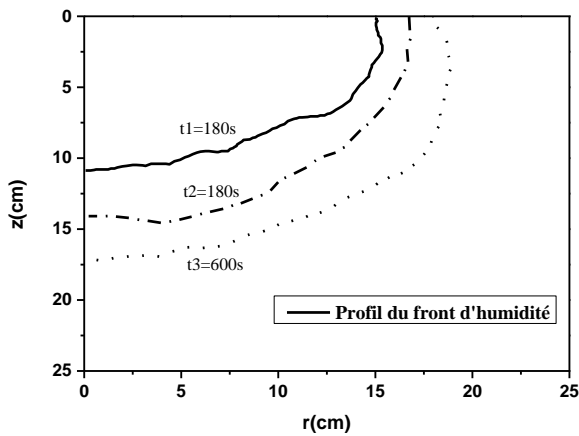
Le tableau 1 présente une synthèse des valeurs des paramètres hydrodynamiques ( $\theta_s$ ,  $n$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$ ) estimées par la méthode directe. La qualité de cette ajustement est indiquée par la valeur la plus élevée du coefficient de corrélation  $R^2 \approx 0.9$ .

Tableau 1 : Paramètres hydrodynamiques estimées

Paramètres	Méthode directe	Standard Error
$\theta_s$ [ $\text{cm}^3.\text{cm}^{-3}$ ]	0.3482	0.00576
$\alpha$ [ $\text{cm}^{-1}$ ]	0.1272	0.01147
$n$ [-]	2.479	0.51814
$K_s$ [m/s]	$5.896 \times 10^{-5}$	$5.136 \times 10^{-6}$

### 3.2 Méthode inverse

Dans cette partie, nous appliquons l'approche inverse aux deux expériences réalisées avec des succions  $h=-4\text{cm}$  et  $h=-8\text{cm}$  afin d'estimer les paramètres hydrodynamiques du modèle de van Genuchten ( $\theta_s$ ,  $n$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$ ). La figure 3 présente les profils du front d'humidité expérimental à différents temps. Le tableau 2 présente les résultats trouvés d'estimation des paramètres hydrodynamique ( $\theta_s$ ,  $n$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$ ) par la méthode inverse pour les deux expériences.

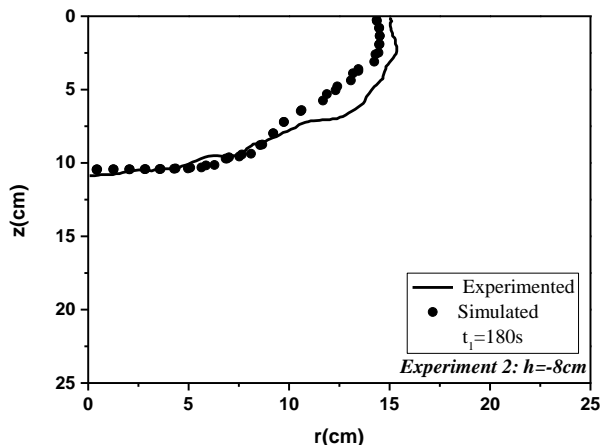


**Figure 3 :** Profils du front d'humidité expérimentales en différents temps pour  $h=-8\text{cm}$ .

**Tableau 2 :** Paramètres estimés par la méthode inverse.

	Expérience 1 $h = -4\text{ cm}$	Expérience 2 $h = -8\text{ cm}$	Moyenne
$\theta_s [\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}]$	0.3882	0.4128	0.4005
$\alpha [\text{cm}^{-1}]$	0.1508	0.1500	0.1504
$n [-]$	2.488	2.799	2.643
$K_s [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$	$3.547 \times 10^{-5}$	$7.859 \times 10^{-5}$	$5.703 \times 10^{-5}$

La figure 4 présente la comparaison de la distribution spatiale de l'humidité mesurée et simulée à l'aide de courbe d'isovaleur pour la pression  $h=-8\text{cm}$  imposés. On peut constater un comportement tout à fait cohérent du point de vue physique. Une étude comparative a été effectuée, en confrontant les résultats d'estimation trouvés par la méthode inverse avec celles trouvées par la méthode directe (Tableau 3). Cette comparaison montre qu'on obtient des écarts très faibles entre les paramètres estimés par les deux méthodes.



**Figure 4 :** front d'humidité expérimentale et simulée

**Tableau 3:** Comparaison des valeurs des paramètres estimés

	Méthode inverse	Méthode directe
$\theta_s [\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}]$	0.4005	0.3482
$\alpha [\text{cm}^{-1}]$	0.1504	0.1272
$n [-]$	2.643	2.479
$K_s [\text{m/s}]$	$5.703 \times 10^{-5}$	$5.81696 \times 10^{-5}$

## 4. Conclusions

Ce travail a pour objectif d'identifier les paramètres hydrodynamiques ( $\theta_r$ ,  $\theta_s$ ,  $n$ ,  $\alpha$ ,  $K_s$ ), intervenant dans les relations  $\theta(h)$  et  $K(h)$ , par deux approches : directe et inverse à partir d'expériences in situ d'infiltrations dans la région Rmel du bassin Loukkos. Pour la méthode directe, la caractérisation hydrodynamique est basée sur le modèle d'Haverkamp ; en utilisant l'infiltromètre à disque. D'autre part, la méthode inverse pour l'estimation des paramètres recherchés à partir des expériences d'infiltration. Pour faire, nous avons utilisé un modèle numérique basé sur la résolution de l'équation de Richards 2D combiné à l'algorithme de Levenberg Marquardt. Pour valider ce code et tester la faisabilité de la méthode suivie, nous avons confronté les résultats de simulation avec les mesures expérimentales effectuées sur le terrain. Les résultats obtenus montrent que la méthode inverse est moins restrictive que la méthode directe. La comparaison des résultats simulés et mesurés permet de montrer la robustesse de l'approche inverse utilisée.

## Références

- [1] Haverkamp, R., Ross, P. J., Smettem, K. R. J., & Parlange, J. Y., Three-dimensional analysis of infiltration from the disc infiltrometer: 2. Physically based infiltration equation. *Water Resources Research*, (1994), 30(11), 2931-2935.
- [2] Hachimi M., & Maslouhi A., Hydrodynamic characterization using the disc infiltrometer of Loukkos soils (Morocco), *Journal of Materials and Environmental Science*, (2016), 7 (9) 3300-3312
- [3] Hmimou, A., Maslouhi, A., Tamoh, K., & Candela, L., Experimental monitoring and numerical study of pesticide (carbofuran) transfer in an agricultural soil at a field site. *Comptes Rendus Geoscience*, (2014), 346(9), 255-261.
- [4] Saâdi, Z., & Maslouhi, A. (2003). Modeling nitrogen dynamics in unsaturated soils for evaluating nitrate contamination of the Mnasra groundwater. *Advances in Environmental Research*, 7(4), 803-823.
- [5] Šimunek, J., and M.Th. van Genuchten. 1996. Estimating unsaturated soil hydraulic properties from tension disc infiltrometer data by numerical inversion. *Water Resour. Res.* 32:2683-2696.
- [6] Rezaei, M., Seuntjens, P., Shahidi, R., Joris, I., Boëne, W., Al-Barri, B., & Cornelis, W. (2016). The relevance of in-situ and laboratory characterization of sandy soil hydraulic properties for soil water simulations. *Journal of Hydrology*, 534, 251-265.
- [7] Vandervaere, J. P., Vauclin, M., & Elrick, D. E. (2000). Transient flow from tension infiltrometers I. The two-parameter equation. *Soil Science Society of America Journal*, 64(4), 1263-1272.