

# Stabilité linéaire de l'écoulement de films de fluide non-Newtonien sur plan incliné : résultats expérimentaux

M.H. ALLOUCHE, V. BOTTON, S. MILLET, D. HENRY, S. DAGOIS-BOHY, B. GUZEL, H. BEN HADID

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, CNRS/Université de Lyon, Ecole Centrale de Lyon / Université Lyon 1 / INSA de Lyon, ECL, 36 Avenue Guy de Collongue, 69134 Ecully Cedex, France.

INSA Euro-Méditerranée, Université Euro-Méditerranéenne de Fès, Route de Meknès, BP 51, Fès, Maroc.

## Abstract

Experimental results of the linear stability of shear-thinning (pseudo-plastic) liquid films flowing under gravity are provided for the first time. We focus on low-concentrated shear-thinning aqueous solutions obeying the Carreau-law. The experimental study essentially consists in measuring wavelengths in marginal conditions, which yields the linear stability threshold for a given slope. In the case of weakly shear-thinning fluids, the experimental results of neutral curves at a given slope are in good agreement with the numerical results obtained by a resolution of the generalized Orr-Sommerfeld equation, and confirm the destabilizing effect of the shear-thinning behaviour in comparison with the Newtonian case (the critical Reynolds number is smaller, and the ratio between the critical wave celerity and an estimation of the flow velocity at the free surface is larger).

**Mots clefs:** *Film liquide mince, Stabilité linéaire, Fluides non-Newtoniens.*

## 1. Introduction

Dans ce travail expérimental, nous nous intéressons aux fluides rhéofluidifiants (pseudoplastiques) qui forment une classe de liquides visqueux non linéaires dont la viscosité diminue avec le taux de cisaillement. Nous étudions expérimentalement pour la première fois, à notre connaissance, l'influence du comportement non Newtonien dans la stabilité de l'écoulement de film mince tombant par gravité le long d'un plan incliné.

D'un point de vue rhéologique, il existe plusieurs lois semi-empiriques destinées à décrire la viscosité des liquides rhéofluidifiants comme fonction du taux de cisaillement ; nous choisirons tout au long de ce travail de la modéliser principalement par la loi de Carreau, qui a la particularité de présenter une région de comportement Newtonien pour les faibles valeurs du cisaillement local, et dont l'expression s'écrit :

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = \left[ 1 + \left( \dot{\gamma} / \dot{\gamma}_c \right)^2 \right]^{(n-1)/2} \quad (1)$$

où  $\eta_0$  et  $\eta_\infty$  désignent respectivement la viscosité à cisaillement nul et infini. Pour des valeurs du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  inférieures (*resp.* supérieures) à  $\dot{\gamma}_c$ , les liquides rhéofluidifiants de Carreau ont un comportement Newtonien de viscosité  $\eta_0$  (*resp.* se comportent comme des liquides en loi de puissance d'indice  $n$  tel que  $0 < n < 1$ ). Nous montrons aussi, à travers une étude expérimentale préliminaire basée sur une technique optique appelée *électrocapillarité* [1], que le modèle de Carreau est celui qui décrit le mieux le comportement de fluides rhéofluidifiants faiblement concentrés, en complétant les mesures issues du rhéomètre par des mesures de viscosité à taux de cisaillement quasi-nul.

Le problème théorique de stabilité linéaire dans le cas Newtonien est relativement bien compris depuis les travaux pionniers de Yih [2]. Par la suite, les travaux expérimentaux de Liu et al. [3] ont montré que le seuil critique linéaire évolue bien comme une fonction décroissante de l'angle d'inclinaison. Dans ce travail où on considère le cas non-Newtonien, nous nous intéressons à des solutions rhéofluidifiantes faiblement concentrées en Carboxymethylcellulose (CMC, E466) et gomme Xanthane (E415). Nous considérons le régime linéaire où les ondes de surface sont exclusivement sinusoïdales [4], et l'amplitude supposée la plus petite possible. A angle d'inclinaison fixé, nous présentons nos résultats expérimentaux de courbe marginale de stabilité classiquement dans le plan  $(Re, f)$ , que nous comparerons aux résultats numériques de stabilité temporelle [5] *via* les mesures de longueurs et célérités d'ondes marginales dans les plans  $(Re, k)$  et  $(Re, c)$ .

## 2. Dispositif expérimental

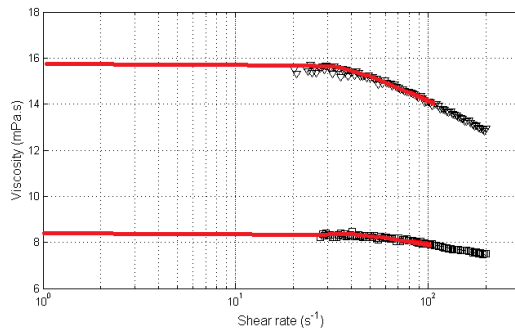
Nous utilisons le même dispositif que celui développé dans la première étape de validation dans le cas Newtonien [6].

Notre choix se porte sur trois solutions rhéofluidifiantes faiblement concentrées qui présentent l'avantage d'être transparentes : le fluide n°1 de gomme Xanthane à 0.08 wt% considéré dans une étude préliminaire [1], ainsi que deux autres solutions issues d'un mélange de CMC et de

gomme Xanthane (fluides n°2 et n°3). Les propriétés physiques et rhéologiques de ces fluides sont résumées au tableau 1. Le rhéogramme du fluide n°1 se trouve en [1] et ceux des fluides n°2 et n°3 sont représentés dans la figure 1.

Fluide n°	$\eta_0$ (mPa.s)	$n$	$\dot{\gamma}_c$ ( $s^{-1}$ )	$\eta_\infty$ (mPa.s)	$\rho$ ( $Kg/m^3$ )	$\sigma$ (mN/m)
1	4.43	0.79	2.23	0.05	981	48
2	8.41	0.88	77.80	0	993	45
3	16.00	0.80	74.10	0	1004	100

**Tableau 1:** Propriétés physiques et rhéologiques des solutions de fluides rhéofluidifiants utilisées dans cette étude



**Figure 1:** Viscosité en fonction du cisaillement pour les fluides n°2 (carrés) et n°3 (triangles) étudiés à des angles d'inclinaison de 3.5° et 7° respectivement. Les marqueurs vides correspondent aux mesures issues d'un rhéomètre de Couette ; les lignes rouges correspondent aux ajustements sur la loi de Carreau (éq. 1) en se restreignant aux gammes de cisaillement moyen engendré par l'écoulement de base dans la couche de film.

A l'instar de Rousset *et al.* [5], le nombre de Reynolds est défini comme étant basé sur le débit et sur la viscosité limite à taux de cisaillement nul ; le paramètre adimensionnel de Carreau,  $L$ , aura un impact important sur les résultats de stabilité et déplacera ainsi de manière significative le nombre de Reynolds critique. Le nombre de Reynolds, le paramètre rhéofluidifiant et le nombre de capillarité sont définis par :

$$R_e = \frac{\rho q}{\eta_0} ; L = \frac{q}{\dot{\gamma}_c d_s^2} ; C_a = \frac{\sigma d_s}{\eta_0 q}, \quad (2)$$

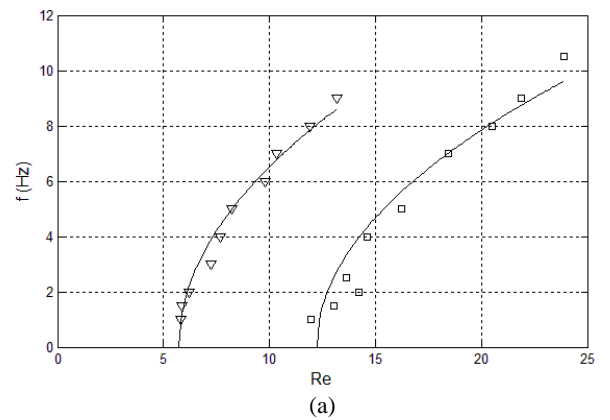
où  $q$  est le débit par unité de largeur, et  $d_s = \left( \frac{\eta_0 q}{\rho g \sin \gamma} \right)^{1/3}$  est la longueur caractéristique suggérée par Weinstein [7].

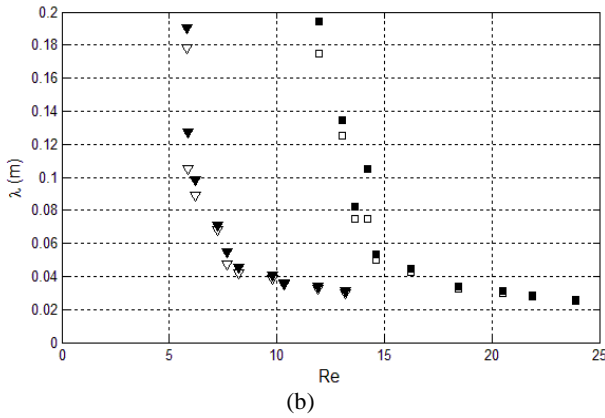
Durant les mesures, nous devons veiller à ce que le film se comporte de manière significativement rhéofluidifiante. Etant donné que la loi de Carreau implique un plateau Newtonien aux très faibles valeurs de cisaillement (ce dernier s'annulant au niveau de la surface libre), nous devons de ce fait choisir les fluides de façon à ce que le cisaillement moyen, à angle d'inclinaison et nombre de Reynolds fixés, (et qui est maximal au fond du plan incliné) engendré par l'écoulement uniforme dans la couche de film excède la largeur du plateau Newtonien suivant la loi de Carreau ; autrement dit la condition  $o(\dot{\gamma}) > \dot{\gamma}_c$  doit être satisfaite.

$o(\dot{\gamma})$  est estimé *via*  $d_s$  qui représente la profondeur équivalente dans le cas où un fluide Newtonien de viscosité  $\eta_0$  avait été considéré :  $o(\dot{\gamma}) \equiv q/d_s^2$ . En d'autres termes, la condition précédente stipule qu'il faut choisir des fluides rhéofluidifiants et des configurations expérimentales qui vérifient  $L > 1$ . A noter cependant qu'étant donné que  $R_e$  et  $L$  dépendent tous les deux du débit  $q$  (équations 2), on s'attend à ce que le paramètre adimensionnel de Carreau,  $L$ , varie durant les mesures qui sont conduites pour différentes valeurs de débit. Nous détaillerons ce constat dans ce qui suit.

### 3. Résultats et discussions

Nous nous intéressons essentiellement aux ondes primaires, c'est-à-dire des ondes sinusoïdales qu'on observe tant que le régime linéaire est maintenu. Le dispositif expérimental a été présenté et validé dans le cas Newtonien [1]. Après caractérisation rhéologique des fluides rhéofluidifiants utilisés, nous présentons nos résultats expérimentaux de carte de stabilité marginale à angle fixé en parallèle avec les résultats numériques obtenus que ce soit par résolution de l'équation d'Orr-Sommerfeld généralisée [5], ou à partir des expressions asymptotiques du nombre de Reynolds critique trouvées dans la littérature pour un fluide en loi de puissance [8], et en loi de puissance régularisée par un plateau Newtonien [9]. Nous avons choisi deux fluides (fluides dits n°2 et n°3) de façon à ce que l'écoulement uniforme produise un cisaillement de base dont l'étendue dépasse la largeur du plateau Newtonien, dans le but de garantir un comportement significativement rhéofluidifiant de notre film. La figure 2 montre que la détection d'ondes primaires reste difficile au voisinage du seuil critique ( $f < 1\text{Hz}$  ;  $\lambda > 18\text{cm}$ ) tout comme l'avaient observé Liu *et al.* [3]. Les valeurs de nombre de Reynolds critique expérimental sont nettement plus faibles que celles du cas Newtonien pour le même angle d'inclinaison. Il s'agit là, à notre connaissance, de la première observation expérimentale de cette déstabilisation du film lorsque le fluide devient rhéofluidifiant (pseudoplastique). Cette observation confirme les prédictions théoriques de la littérature.

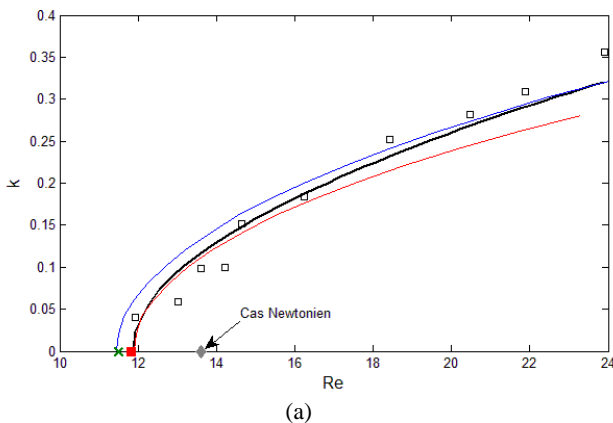




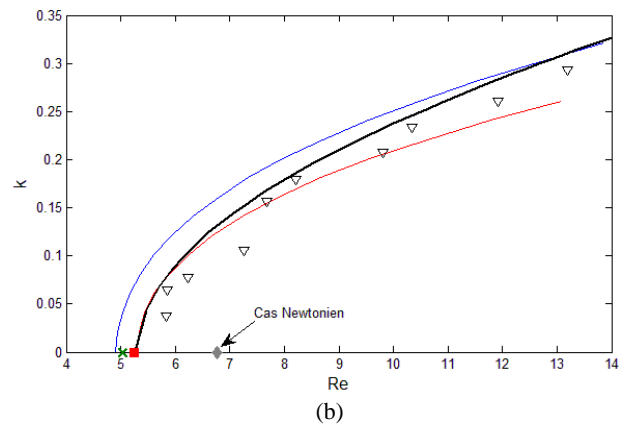
**Figure 2 :** (a) Courbe marginale de stabilité dans le plan  $(Re, f)$  pour les fluides n°2 (carrés) et n°3 (triangles). Les marqueurs vides correspondent aux mesures de fréquence de coupure au nombre de Reynolds considéré. Les traits pleins correspondent à un ajustement des mesures expérimentales à l'instar de Liu *et al.* [3] et l'extrapolation de cette courbe aux fréquences nulles fournit un nombre de Reynolds critique expérimental  $Re_c=12.23$  et  $Re_c=5.725$  respectivement.

(b) Longueur des ondes marginales mesurée (marqueurs vides) superposée aux valeurs issues des résultats numériques (marqueurs pleins).

Nous effectuons sur les deux fluides des mesures de fréquence de coupure ainsi que de longueur d'ondes marginales sur une gamme de nombre de Reynolds,  $Re=12-24$  (fluide n°2) et  $Re=5-14$  (fluide n°3). La figure 2(a) donne les mesures de fréquence de coupure dans le plan  $(Re, f)$  pour ces deux fluides et la figure 2(b) donne les mesures de la longueur des ondes marginales, superposées aux valeurs prédites numériquement. La figure 3 donne enfin la comparaison expérience/numérique dans le plan  $(Re, k)$ . En réalité, à angle d'inclinaison fixé et pour un fluide donné, le paramètre adimensionnel  $L$  et le nombre de capillarité  $Ca$  définis théoriquement par Rousset *et al.* [5] dépendent du débit - et de ce fait du nombre de Reynolds ; pour comparer aux résultats expérimentaux, nous avons donc considéré dans nos calculs numériques d'une part les situations extrêmes du couple  $(L, Ca)$  et d'autre part une situation où  $L$  et  $Ca$  suivent les variations de  $Re$ . Nous voyons sur la figure 3 que les calculs s'ajustent bien aux résultats expérimentaux. Notons que la courbe obtenue avec  $L$  et  $Ca$  variables est celle qui produit le meilleur ajustement.



(a)



(b)

**Figure 3 :** Courbe marginale de stabilité dans le plan  $(Re, k)$  pour les fluides n°2 (a) et n°3 (b). Les marqueurs vides correspondent aux valeurs adimensionnées des mesures de nombre d'onde de coupure au nombre de Reynolds considéré. Les résultats numériques de courbe neutre sont représentés en trait noir épais en faisant varier la valeur du paramètre rhéofluidifiant  $L$  et du nombre de capillarité  $Ca$  en fonction de l'écoulement (*i.e.* du nombre de Reynolds). Cette courbe est enveloppée par deux courbes numériques obtenues dans les deux situations extrêmes où on fixe soit le couple  $(L_{max}-Ca_{min}^{-1})$  (courbe bleue représentant le cas le plus instable) soit le couple  $(L_{min}-Ca_{max}^{-1})$  (courbe rouge représentant le cas le plus stable). Numériquement on obtient respectivement un nombre de Reynolds critique  $Re_c=11.9$  et  $Re_c=5.28$ . Nous affichons aussi les valeurs de seuil critique obtenu par Ng & Mei [8] (croix verte) et par Ruyer-Quil *et al.* [9] (symbole plein rouge), ainsi que le cas Newtonien en losange gris.

#### 4. Conclusion

Dans la gamme des  $L$  modérés dans laquelle nous avons pu obtenir des résultats expérimentaux et numériques, le comportement faiblement rhéofluidifiant de nos fluides fait que numériquement nous obtenons des valeurs proches du nombre de Reynolds critique à angle d'inclinaison donné, quelle que soit la modélisation de la viscosité. Les mesures de longueurs d'ondes marginales (jusqu'à 15-20cm près du seuil critique) s'ajustent bien à celles obtenues numériquement, en délimitant correctement la courbe de stabilité marginale dans les plans  $(Re, f)$  et  $(Re, k)$ .

#### Références

- [1] M. H. Allouche, V. Botton, D. Henry, S. Millet, R. Usha, and H. Ben Hadid, 2015. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* 215, 60–69.
- [2] C.-S. Yih 1963. *Phys. Fluids* 6, 321–334.
- [3] J. Liu, J. D. Paul, and J. P. Gollub 1993. *J. Fluid Mech.* 250, 69–101.
- [4] M. H. Allouche, S. Millet, V. Botton, D. Henry, H. Ben Hadid, and F. Rousset, *Phys. Rev. E*, 92, 063010 (2015)
- [5] F. Rousset, S. Millet, V. Botton, and H. Ben Hadid 2007. *J. Fluids Eng.* 129, 913–920.
- [6] M. H. Allouche, V. Botton, B. Guzel, H. Ben Hadid, S. Millet, D. Henry, *RMAT*, 2(6), 617-627, 2013.
- [7] S.J. Weinstein *AIChE J.*, 36, (12), 1873-1889, 1990.
- [8] C.-O. Ng and C. C. Mei 1994. *J. Fluid Mech.* 263, 151–184.
- [9] C. Ruyer-Quil, S. Chakraborty, and B. S. Dandapat 2012. *J. Fluid Mech.* 692, 220–256.