

Un intégrateur hétérogène asynchrone pour les problèmes d'impact et de contact : Application à un pont roulant sous séisme

F. Fekak^{1,3}, M. Brun², A. Gravouil¹, B. Depale³

1. LaMCoS, Université de Lyon, INSA de Lyon, {fatima-ezzahra.fekak,anthony.gravouil}@insa-lyon.fr

2. LGCIE, Université de Lyon, INSA de Lyon, michael.brun@insa-lyon.fr

3. CETIM, bruno.depale@cetim.fr

Résumé :

Pendant un séisme, un pont roulant est exposé à des chocs multiples. Afin de modéliser ces phénomènes, une analyse dynamique temporelle avec une approche multi-échelle est adoptée. Pour prendre en compte l'aspect haute fréquence des chocs, un intégrateur temporel variationnel explicite, basé sur la méthode des multiplicateurs de Lagrange et dédié au contact/impact, est développé. Ensuite, un schéma hétérogène asynchrone est appliqué au problème du pont roulant afin de coupler le schéma explicite dans les zones de contact et un schéma implicite adopté sur le reste de la structure.

Mots clés : *contact/impact, schéma hétérogène asynchrone, séisme, pont roulant.*

1 Contexte industriel et scientifique

Les systèmes de levage tels que les ponts roulants constituent des systèmes mobiles vibrants, de masses importantes et qui sont positionnés en hauteur dans les bâtiments qu'ils équipent.

Actuellement, les méthodes classiques de dimensionnement de ces équipements sous séismes s'appuient sur une représentation modale des structures, associée à l'utilisation des spectres de réponse. Cette méthode, qui suppose la linéarité des comportements qu'ils soient géométriques (petites déformations et petits déplacements), matériels (matériau élastique) ou à l'interface (pas de chocs), peut conduire à des efforts sismiques excessifs pour le dimensionnement du pont roulant. Il devient alors nécessaire d'avoir recours à des approches de modélisations plus riches, notamment avec l'introduction des chocs verticaux entre les différents galets du pont roulant et les rails, et des chocs horizontaux dûs aux dispositifs de guidage. Par conséquent, l'utilisation des techniques de calculs temporels non linéaires des engins de levage, en considérant des accélérogrammes représentatifs de l'aléa sismique, est devenue systématique.

Dans la première partie des travaux, nous avons développé un intégrateur temporel explicite, basé sur la mé-

thode des multiplicateurs de Lagrange, pour les problèmes de contact et d'impact. Après, nous avons appliqué une stratégie multi-échelle en temps au problème du pont roulant. Cette méthode permet de choisir le schéma temporel le mieux adapté à la physique du sous-domaine considéré. Le couplage entre les sous-domaines est assuré par un schéma hétérogène asynchrone. Parmi ces méthodes de couplage, on trouve la méthode de décomposition en sous-domaines proposée par Gravouil et Combesure [3].

2 Un intégrateur temporel explicite pour la dynamique du contact/impact

2.1 Formulation variationnelle

Nous allons traiter le cas d'un contact unilatéral sans frottement. On considère le problème, décrit dans la Figure 1, d'un contact unilatéral entre deux corps déformables Ω_1 et Ω_2 .

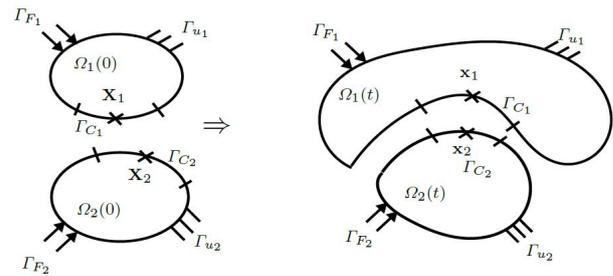


FIGURE 1 – Configuration de deux corps déformables en contact

Dans la Figure 1, Γ_α ($\alpha = 1, 2$) est le bord de Ω_α . Il est décomposé en trois bords distincts : Γ_{u_α} , Γ_{F_α} qui représentent, respectivement, les bords où les conditions de Dirichlet et de Neumann sont imposées, Γ_{C_α} est l'interface contenant les points potentiellement en contact. Au moment du contact, $\Gamma_C = \Gamma_{C_1} = \Gamma_{C_2}$.

La formulation variationnelle en temps du problème est basée sur l'intégrale d'action suivant :

$$A = \int_{t_0}^{t_c} L(U(t), \dot{U}(t)) dt + \int_{t_c}^{t_f} L(U(t), \dot{U}(t)) dt \quad (1)$$

où L est le lagrangien discrétisé en espace, $U(t)$ le champs de déplacement à l'instant t , t_c est l'instant inconnu du contact/impact. Afin de prendre en compte les conditions de contact, on considère l'intégrale d'action suivant :

$$\tilde{A}(U(t), \dot{U}(t), t_c) = A + \Lambda^T(t_c) G_N(t_c) \quad (2)$$

où Λ et G_N sont, respectivement, les vecteurs semi-discrétisés des multiplicateurs de Lagrange et du gap g_N . A l'équilibre :

$$\delta \tilde{A} = 0 \quad (3)$$

Après calcul, on obtient les équations suivantes :

$$M\ddot{U}(t) + F_{int}(t) = F_{ext}(t) \quad \forall t \in [t_0, t_c^-] \cup [t_c^+, t_f] \quad (4a)$$

$$\left[M\dot{U}(t) \right]_{t_c^-}^{t_c^+} = (\nabla(G_N(t_c)))^T \Lambda(t_c) \quad (4b)$$

$$\left[(M\dot{U}(t))^T M^{-1} (M\dot{U}(t)) \right]_{t_c^-}^{t_c^+} = 0 \quad (4c)$$

où $F_{int}(t)$ et $F_{ext}(t)$ sont, respectivement, les vecteurs des forces internes et le vecteur des forces externes à l'instant t . Le vecteur des multiplicateurs de Lagrange Λ représente le vecteur des impulsions d'impact. Dans la suite nous nous sommes inspirés des travaux introduits par Moreau [4] pour le milieu granulaire pour écrire les deux équations (4a) et (4b) en une seule équation appelée équation de la dynamique non-régulière. Après calcul, la formulation faible discrétisée en espace d'un problème de contact/impact peut être résumée ainsi :

$$\begin{cases} Md\dot{U} + F_{int}dt = F_{ext}dt + dI \\ dI = L^T d\Lambda \quad (L = \nabla G_N) \\ v = L\dot{U} \\ \begin{cases} \text{si } G_N^l > 0 \text{ alors } \Lambda^l = 0 \\ \text{si } G_N^l = 0 \text{ alors } \begin{cases} v^l \geq 0 \\ \Lambda^l \geq 0; \forall l \in \{1, \dots, p\} \\ v^l \Lambda^l = 0 \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

où :

$$dI(t) = \begin{cases} 0 & \forall t \in [t_0, t_c^-] \cup [t_c^+, t_f] \\ (\nabla(G_N(t_c)))^T \Lambda(t_c) & \end{cases} \quad (6)$$

2.2 Discrétisation temporelle

Pour discrétiser en temps le problème (5), nous avons utilisé un cas particulier du schéma de la différence centrée explicite en déplacement mais également en vitesse [2]. Après calcul, on obtient l'intégrateur temporel variationnel explicite, basé sur la méthode des multiplicateurs de Lagrange, pour les problèmes de contact/impact :

$$\begin{cases} U_{n+1} = U_n + \Delta t \dot{U}_n + \frac{\Delta t^2}{2} W_n \\ G_{N,n+1} = L_{n+1} U_{n+1} \\ W_{n+1} = M_{lump}^{-1} [\Delta t (F_{ext,n+1} - F_{int,n+1}) + I_{n+1}] \\ \dot{U}_{n+\frac{3}{2}} = \dot{U}_{n+\frac{1}{2}} + W_{n+1} \\ v_{n+\frac{3}{2}} = L_{n+1} \dot{U}_{n+\frac{3}{2}} \\ I_{n+1} = L_{n+1}^T \Lambda_{n+\frac{3}{2}} \\ \begin{cases} \text{si } G_{N,n+1}^l > 0 \text{ alors } \Lambda_{n+\frac{3}{2}}^l = 0 \\ \text{si } G_{N,n+1}^l \leq 0 \text{ alors } \begin{cases} v_{n+\frac{3}{2}}^l \geq 0 \\ \Lambda_{n+\frac{3}{2}}^l \geq 0; \forall l \in \{1, \dots, p\} \\ v_{n+\frac{3}{2}}^l \Lambda_{n+\frac{3}{2}}^l = 0 \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

Ce schéma a été testé et validé sur des cas tests académiques. L'intégrateur temporel a montré un bon comportement énergétique ainsi qu'un ordre de convergence généralement meilleur en comparaison au schéma de Moreau utilisant la θ -méthode [1].

3 Un intégrateur hétérogène asynchrone pour les problèmes d'impact et du contact

A cause des chocs auxquels est exposé le pont roulant pendant le séisme, plusieurs échelles de temps coexistent au sein de ce problème. Une stratégie multi-échelle en temps est donc adoptée. Cette méthode permet de choisir le schéma temporel le mieux adapté à la physique du sous-domaine considéré. Par conséquent, pour prendre en compte l'aspect haute fréquence des chocs, le schéma temporel explicite dédié au contact, présenté ci-dessus, est utilisé dans les zones de contact. Un schéma temporel implicite associé à des pas de temps importants est adopté sur le reste de la structure compte tenu de la durée des excitations sismiques. Le couplage est assuré par un schéma hétérogène asynchrone. Parmi ces méthodes de couplage, on trouve la méthode de décomposition en sous-domaines proposée par Gravouil et Combescure [3].

3.1 Équations principales

La méthode de couplage proposée par Gravouil et Combescure [3] consiste à subdiviser le domaine Ω en plusieurs sous-domaines. Ici, on considère deux sous-domaines Ω_E et Ω_I , respectivement, explicite et implicite.

Dans la Figure 2, Γ_D^E and Γ_D^I sont les bords où les conditions de Dirichlet sont imposées, Γ_C^E est l'interface contenant les points potentiellement en contact, Γ_C est l'interface de couplage entre les deux sous-domaines. L'indice j et m représentent, respectivement, le micro-pas de temps du schéma explicite et le macro-pas de temps du schéma implicite. Les exposants E et I désignent, res-

pectivement, les valeurs liées au sous-domaine explicite Ω_E et au sous-domaine implicite Ω_I .

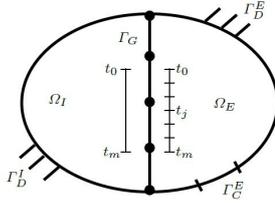


FIGURE 2 – Configuration des sous-domaines implicite et explicite

Soit ΔT le macro-pas de temps associé au sous-domaine implicite Ω_I et Δt le micro-pas de temps associé au sous-domaine explicite Ω_E . Ici, on considère que $\Delta T = m\Delta t$. Les équations principales du problème couplé peuvent être résumées comme suit :

– Les équations d'équilibre de chaque sous-domaine :

$$M^I \dot{U}_{n+m}^I + C^I \dot{U}_{n+m}^I + F_{int,n+m}^I = F_{ext,n+m}^I \dots \quad (8)$$

$$+ F_{D,n+m}^I + F_{link,n+m}^I$$

$$M_{link}^E (\dot{U}_{n+j+\frac{1}{2}}^E - \dot{U}_{n+j-\frac{1}{2}}^E) = I_{n+j}^E + \Delta t F_{ext,n+j}^E \quad (9)$$

$$+ \Delta t (F_{D,n+j}^E + F_{link,n+j}^E - F_{int,n+j}^E - C^E \dot{U}_{n+j-\frac{1}{2}}^E)$$

où $F_{link}^k = (L_G^k)^T \Lambda_G$; $k = I, E$ sont les forces de liaison à l'interface Γ_G . $F_D^k = (L_D^k)^T \Lambda_D^k$ sont les forces dues aux conditions de Dirichlet. L_G^k et L_D^k sont les matrices booléennes traduisant, respectivement, les relations à l'interface Γ_G et Γ_D^k . Λ sont les vecteurs des multiplicateurs de Lagrange. M^k et C^k sont, respectivement, les matrices de masse et d'amortissement.

– Les conditions de contact/impact sur Γ_C^E à l'instant

$$t_{n+j} :$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{n+j+\frac{1}{2}}^E = L_{n+j}^E \dot{U}_{n+j+\frac{1}{2}}^E \\ I_{n+j}^E = (L_{n+j}^E)^T \Lambda_{n+j+\frac{1}{2}}^E \\ G_{N,n+j} = L_{n+j}^E U_{n+j}^E \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{si } G_{N,n+j}^I > 0 \text{ alors } \Lambda_{l,n+j+\frac{1}{2}}^E = 0 \\ \text{si } G_{N,n+j}^I \leq 0 \text{ alors} \\ \left\{ \begin{array}{l} v_{l,n+j+\frac{1}{2}}^E \geq 0 \\ \Lambda_{l,n+j+\frac{1}{2}}^E \geq 0 \end{array} \right. \quad \forall l \in \{1, \dots, p\} \\ v_{l,n+j+\frac{1}{2}}^E \Lambda_{l,n+j+\frac{1}{2}}^E = 0 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (10)$$

– L'équation traduisant la continuité des vitesses à l'interface Γ_G à l'instant t_{n+j} [3] :

$$L_G^E \dot{U}_{n+j}^E + L_G^I \dot{U}_{n+j}^I = 0 \quad (11)$$

où \dot{U}_{n+j}^I est une interpolation linéaire de \dot{U}_{n+m}^I à l'instant t_{n+j} .

3.2 Application à un pont roulant sous séisme

Afin de valider la stratégie multi-échelle décrite ci-dessus, un cas test de pont roulant industriel, soumis à un séisme, a été étudié. La simulation multi-échelle implicite-explicite et la simulation entièrement explicite donne des résultats cinématiques similaires.

4 Conclusion

La première partie de ce travail a consisté au développement d'un intégrateur temporel explicite basé sur la méthode des multiplicateurs de Lagrange pour résoudre les problèmes d'impact et de contact. Les principaux avantages de ce schéma sont : aucune détection précise de l'instant de contact, pas d'itération pour résoudre l'équation d'équilibre et aucun paramètre numérique supplémentaire. Dans la deuxième partie, une méthode multi-échelle implicite-explicite a été appliquée à un modèle industriel de pont roulant avec quatre contacts. Les résultats sont similaires à un calcul de référence entièrement explicite, et l'énergie dissipée à l'interface de couplage est négligeable. Des travaux sont en cours pour calculer un modèle 3D d'une maquette de pont-roulant en utilisant la co-simulation entre Europlexus pour la partie explicite et CAST3M pour la partie implicite.

Références

- [1] V. Acary, *Higher order event capturing time-stepping schemes for nonsmooth multibody systems with unilateral constraints and impacts*, Applied Numerical Mathematics, 62(10) :1259-1275, 2012.
- [2] T. Belytschko, M.O. Neal. *Contact-Impact by the Pinball Algorithm with Penalty and Lagrangian Methods*, IJNME, 31 :547-572, 1991.
- [3] A. Gravouil, A. Combescure. *A multi-time-step explicit-implicit method for non-linear structural dynamics*, IJNME, 50 :199-225, 2001.
- [4] J. J. Moreau, *Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics*, Nonsmooth Mechanics and Applications, Springer Wien, 1-82, 1988.