

Simulation de la rupture et l'endommagement d'une poutre stratifiée en flexion trois points

Youssef Benbouras¹, Aziz Maziri¹, Elhassan Mallil¹ et Jamal Echaabi²

1. Équipe de Recherche Appliquée sur les Polymères, Département de Génie Mécanique, ENSEM, Université Hassan II Aïn Chok, BP 8118, Oasis, Casablanca, Maroc. (12) youssef.mecanique@gmail.com

2. Université Mohammed 6 des Sciences de la Santé, Ecole Supérieure de Génie Biomédical Avenue Ali Ibnou Abi Taleb, Quartier de la ligue Arabe, 20000, Casablanca.

Résumé

L'utilisation des matériaux composites à fibres continues dans les industries aéronautique et aérospatiale nécessite des techniques et des méthodes de prédiction de la rupture fiables et précises. Il existe un grand nombre de formalismes pour dimensionner les structures en composites. Le choix parmi ces formalismes est difficile à cause de leur diversité et parce qu'ils doivent être validés par des tests biaxiaux encore difficiles à réaliser. Ce travail vise à adopter une approche théorique approximative permettant de modéliser le comportement non linéaires des stratifiés symétriques en flexion trois points et choisir le critère de rupture approprié à utiliser. La validation porte non seulement sur la rupture macroscopique mais aussi sur la succession de la rupture et les modes de rupture. Les critères de rupture les plus répondus sont testés. Une bonne corrélation a été obtenue en comparant les résultats théoriques et les résultats expérimentaux.

Mots clefs :

Comportement non linéaire, Carbone époxyde, Poutre stratifiée, Flexion trois points; stratifié symétrique, Courbe macroscopique, large déflexion; Critère de rupture; dommage successif; réduction de rigidité.

1. Introduction

La prédiction de l'endommagement et la rupture des structures composites est basée sur l'utilisation des critères de rupture qui posent un problème de choix et de précision des résultats. Il existe dans la littérature un grand nombre de formalismes, on peut citer Echaabi et Gauvin [1], Hsien-Liang [2] et Nali et Carrera [3]. Cependant, la problématique du choix entre les différents critères demeure encore assez difficile. La validité des critères de rupture est discutée en général suivant différents aspects : les effets linéaires et non linéaires, les modes de rupture et leur interaction, l'effet de l'effort de cisaillement, la forme de l'enveloppe de rupture et les études tridimensionnelles, etc. Plus de recherches sont nécessaires en particulier sur les modes de rupture et leur interaction

Dans notre cas, nous exploitons les résultats expérimentaux développés par Echaabi *et al.* [4]. Ce dernier a étudié les divers comportements observés en faisant varier les distances entre les appuis et les dimensions géométriques des éprouvettes (Fig. 3).

Pour modéliser le comportement et le mode de rupture de ces éprouvettes ayant une réponse linéaire, Irhirane *et al* [5,6] a utilisé deux approches. La première est analytique, basée sur la théorie des stratifiés avec cisaillement transverse en introduisant des facteurs de correction aux modules de cisaillement transverse. La deuxième est numérique, basée sur la méthode des éléments finies. Après la première rupture, la majorité des structures en composites peuvent supporter des chargements considérables et plusieurs ruptures macroscopiques. Cette rupture successive a été simulée par affectation d'une rigidité nulle au pli rompu même s'il est encore physiquement présent, ou par réduction de rigidité paramétrée par le mode de rupture en action. Les travaux d'Irhirane ont permis de bien modéliser le comportement linéaire et simuler la rupture de certaines éprouvettes [5,6]. Il n'en est pas de même des comportements non linéaires observés dans d'autres éprouvettes. C'est ce volet sur lequel se focalise le présent travail en modélisant le comportement et simuler le mode de rupture des éprouvettes ayant une réponse non linéaire.

2. La loi de comportement

La loi du comportement d'un stratifié est donnée par la relation suivante [5,6] :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{44} & F_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{45} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

A_{ij} ($i, j = 1, 2, 6$): La matrice de rigidité en membrane.

D_{ij} ($i, j = 1, 2, 6$): La matrice de rigidité en flexion

B_{ij} ($i, j = 1, 2, 6$): La matrice de rigidité du couplage membrane/flexion.

F_{ij} ($i, j = 4, 5$): La matrice de rigidité en cisaillement transverse.

M_x, M_y et M_{xy} : Les moments résultants en flexion.

N_y, N_x et N_{xy} : Les efforts résultants en membrane.

Q_x et Q_y : Les efforts en cisaillement transverse.

Dans cette étude, le matériau utilisé est un carbone époxyde de séquence $[[+45/-45/90/0]_3]$. Les dimensions

des éprouvettes sont illustrés respectivement dans le tableau ci-dessous TAB.1.

TAB.1 Les caractéristiques géométriques des éprouvettes considérées en mm.

Éprouvet	Longueur L	Portée l	Largeur b	Épaisseur	Rapport
A	75	57.5	25	3.6	16
B	150	115.	25	3.6	32
C	150	136.	25	3.6	38
D	75	57.5	10	3.6	16
E	150	115.	10	3.6	32
F	150	136.	10	3.6	38

Le faible rapport $l/h=16$, des éprouvettes A et D nous permet de prédire un comportement linéaire de la variation de la flèche au centre w_c en fonction de la charge P [4,7]. Ce comportement est modélisé analytiquement et numériquement par Irhirane *et al.* [5,6]. Par ailleurs, pour les éprouvettes E et F ayant un rapport ($l/h=32$ et $l/h=38$) relativement important, on peut prédire un comportement non linéaire de la variation de la flèche au centre w_c en fonction de la charge P [4,7]. Analytiquement la déflexion au centre des éprouvettes est déterminée par une approche approximative. Cette approche est basée sur deux équations faisant le lien entre les caractéristiques intrinsèques des poutres homogènes isotropes et l'angle α (α est l'angle de rotation du plan médian par rapport à l'axe y aux appuis) [9]. En premier lieu, nous avons calculé le module d'élasticité longitudinale équivalent des stratifiés considérés quasi-isotropes par la méthode des contraintes globales moyennes [8].

$$E = \frac{1}{h} A_{11} = E_{11}^{0^\circ} P^{0^\circ} + E_{11}^{+45^\circ} P^{+45^\circ} + E_{11}^{-45^\circ} P^{-45^\circ} + E_{11}^{90^\circ} P^{90^\circ}$$

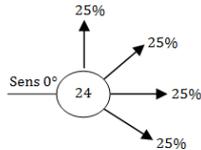


Fig. 1 : symbolisation du stratifié

Sachant que le module d'élasticité longitudinale hors axes d'orthotropie E_{11}^θ est donné par [8] : voir (Fig.1)

$$\frac{1}{E_{11}^\theta} = \frac{(\cos\theta)^4}{E_L} + \frac{(\sin\theta)^4}{E_T} + (\cos\theta \sin\theta)^2 \left(\frac{1}{G_{LT}} - 2 \frac{\nu_{LT}}{E_T} \right)$$

La non linéarité observée pour les valeurs élevées du rapport l/h est principalement générée par la composante latérale de la réaction X' (Fig. 2). En effet, cette composante dépend de α qui est l'angle de rotation du plan médian par rapport à l'axe y aux appuis. Cet effort normal de compression X' a une tendance à accentuer la flèche en déformant la poutre dans une direction perpendiculaire à l'axe de compression. Cependant, Pour une faible déflexion ou un petit rapport l/h l'angle α reste faible et les réactions peuvent être considérées perpendiculaires, cela

conduit un comportement linéaire. Le travail de Venetis et Sideridis [9] consiste à introduire cet effet de flambement dans un modèle analytique. En étudiant l'équilibre d'une poutre soumise à la flexion 3 points. Ces auteurs [9] ont développé deux principales équations donnant la déflexion au centre w_c et la charge correspondante P en fonction de l'angle α et de deux intégrales qui sont résolues approximativement. Ainsi, ils ont abouti au modèle final réduit aux deux équations (3) et (4) simples en application. Conformément à la théorie de Werren et Norris [10], notre stratifié dont la séquence d'empilement est $[[+45/-45/90/0]3]_s$ peut être considéré quasi-isotrope. De ce fait, les résultats approximatifs donnés par les équations (3) et (4) restent applicables et valables pour notre modélisation.

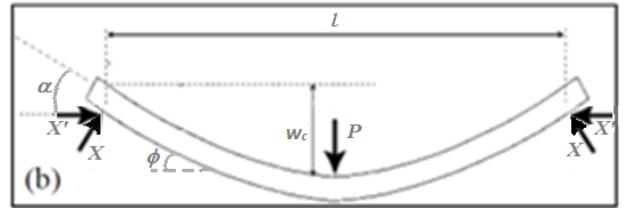


Fig. 2 : poutre à l'état déformé (3)

$$\frac{1}{2} \left(\frac{Pl^2}{EI \cos \alpha} \right)^{\frac{1}{2}} = -2 \cos \alpha \sqrt{\sin \alpha} + \frac{2}{3} \sin \alpha \sqrt{\sin \alpha}^3 + \frac{1}{7} \sin \alpha \sqrt{\sin \alpha}^7 + \frac{3}{44} \sin \alpha \sqrt{\sin \alpha}^{11} \quad (4)$$

$$\frac{w_c}{l} \left(\frac{Pl^2}{EI \cos \alpha} \right)^{\frac{1}{2}} = -2 \sin \alpha \sqrt{\sin \alpha} + \frac{2}{3} \cos \alpha \sqrt{\sin \alpha}^3 + \frac{1}{7} \cos \alpha \sqrt{\sin \alpha}^7 + \frac{3}{44} \cos \alpha \sqrt{\sin \alpha}^{11}$$

4. Résultats et discussion

Pour les éprouvettes E et F une seule rupture macroscopique accompagnée d'une variation non linéaire de la déflexion au centre en fonction de la charge. Tandis que l'éprouvette D dont le rapport $l/h=16$, plusieurs ruptures macroscopiques sont obtenues avec une variation linéaire de la déflexion au centre en fonction de la charge. Le comportement et le mode des ruptures dépendent fortement du rapport l/h . Les courbes force déplacement présentent des sauts verticaux qui correspondent aux ruptures macroscopiques du pli 0° (Fig. 2). Les résultats expérimentaux [4] montrent clairement que les fissures transversales apparaissent très tôt dans le pli 90° le plus bas. Ces fissures sont suivies par l'apparition des fissures transversales dans les plis $\pm 45^\circ$. En augmentant la déflexion, la densité des fissures augmente et il y a l'apparition des fissures longitudinales. En augmentant encore la déflexion, on observe la rupture des plis à 0° les plus bas qui correspond à la première rupture macroscopique. Pour l'éprouvette A, la rupture successive est la suivante : $[22(90^\circ), 24(45^\circ), 23(-45^\circ), 18(90^\circ), 20(45^\circ), 19(-45^\circ), 0(21^\circ), 0(17^\circ)]$. La première rupture macroscopique correspond à la rupture simultanée des plis 21 et 17. Le stratifié est numéroté de haut vers le bas.

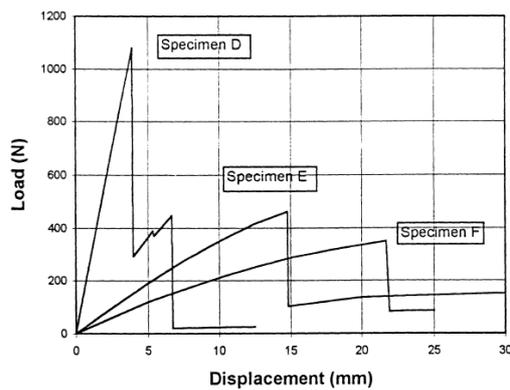


Fig N°3: Les courbes macroscopiques expérimentales

Les résultats obtenus par l'approche approximative, pour l'éprouvette E, sont illustrés par la Fig 4.

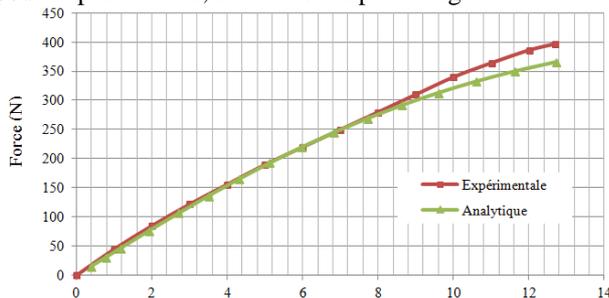


Fig N°4: variation de la flèche au centre w_c en fonction de la charge P

Tous les critères de rupture prédisent le même lieu pour la première rupture (pli N° 22, orienté à 90°) ainsi la séquence des endommagements successifs à des charges légèrement différentes. Le critère de la contrainte maximale et le critère de Hashin donnent la même valeur de force pour la première rupture (erreur inférieure à 8%), une bonne corrélation entre les résultats de ces critères a été observée (voir TAB. 2). En revanche, le critère de Tsai Wu sous-estime d'avantage les efforts de rupture. Cela s'explique par les approximations utilisées pour calculer ses propres coefficients de résistance.

TAB. 2 Les résultats obtenus par l'approche analytique pour les critères de rupture adoptée.

Rupture	Force en (N)			Déflexion en (mm)			Position			Angle en (°)		
	TSAI WU	Contrainte Maximale	Hashin	TSAI WU	Contrainte Maximale	Hashin	TSAI WU	Contrainte Maximale	Hashin	TSAI WU	Contrainte Maximale	Hashin
1	174.6	174.6	174.6	4.6	4.6	4.6	22	22	22	90	90	90
2	267.8	267.8	267.8	7.7	7.7	7.7	18	18	18	90	90	90
3	311.7	318.8	318.8	9.5	9.9	9.9	24	24	24	45	45	45
4	328.4	336.8	336.8	10.4	10.8	10.8	23	23	23	-45	-45	-45
5	385.7	385.7	385.7	14.5	14.5	14.5	20	20	20	45	45	45
6	391.4	404.3	404.3	15.1	16.8	16.8	21	19	19	0	-45	-45
7		410.2	410.2		17.9	17.9		21	21		0	0

5 Conclusion :

L'ensemble des résultats obtenus avec toutes les approximations proposées, met en évidence la difficulté de la modélisation du comportement des poutres stratifiées en flexion. L'approche approximative adoptée dans cet article améliore les résultats par rapport à ceux de la littérature. En outre, le rapport l/h est un facteur

primordial dans la non linéarité géométrique. En effet, les poutres stratifiées ayant un faible rapport présentent un comportement linéaire. De ce fait, on préconise une modélisation suivant la théorie des stratifiés avec cisaillement qui prend en compte les coefficients de correction. Par ailleurs, les réponses non linéaires correspondent aux poutres stratifiées isotropes et dont le rapport l/h relativement important, une modélisation suivant cette approche approximative, est fortement recommandée en raison de sa simplicité en application et ses résultats admissibles. Tandis que la meilleure approche pour dimensionner ce type de stratifié analytiquement consiste à adopter le critère de hashin et la contrainte maximale.

Références

- [1] Echaabi J., Trochu F. & Gauvin R. (1996b) Review of failure criteria of fibrous composites materials, Polymer Composite, Vol. 17, N° 6, pp. 786-798.
- [2] Hsien-Liang Y., (2003). Quadric Surfaces Criterion for Composite Materials, Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 22, N° 6, pp. 517-532.
- [3] Nali P., Carrera E. (2012). A numerical assessment on two-dimensional failure criteria for composite layered structures, Composites Part B, vol 43, p. 280-289.
- [4] Echaabi J., Trochu F., Pham X. & Ouellette M. (1996a) Theoretical and experimental investigation of failure and damage progression of quasi-isotropic Graphite Epoxy composites in flexural bending test, Journal of Reinforced Plastics and Composites, vol 15, N° 7, p. 740-755.
- [5] Irhirane E. H., Abousaleh M., Echaabi J., Hattabi M., Saouab A. & Bensalah M. O. (2010). Modeling and simulation of the rupture and rigidity degradation of a graphite epoxy in three points bending test, ASME, Journal of Engineering Materials and Technology, 132(3).
- [6] Irhirane E. H. (2007). Modélisation et analyse de l'endommagement et de la résistance des matériaux composites à fibre longues, Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Électricité et de Mécanique, Casablanca.
- [7] Dash P. Singh B. (2010). Geometrically nonlinear bending analysis of laminated composite plate, Commun Nonlinear Sci Numer Simulat, vol 15, p. 3170-3181.
- [8] Gay D. (1997). Matériaux composites. , 4 éd., Hermès.
- [9] Venetis J. C., Sideridis E. P. (2015). Approximate solution to three point bending equation for a simply supported beam, Scientific Research and Essays, vol 10, N°9, p 339-347.
- [10] Werren F., Norris C.B. (1959). Mechanical properties of a laminate designed to be isotropic, Wood Engineering Research Forest Products Laboratory/Madison, Wis. 53705, Information Reviewed and Reaffirmed, No. 1841.