

Analyses du problème de contact de Signorini

M. BOURA¹, A. BENZEGAOU², B. MEBARKI³

1. Laboratoire de Mécanique: Modélisation et Expérimentation (L2ME)
Université Tahri Mohamed , Bechar, Algérie + b.mido@yahoo.fr
2. Laboratoire de Mécanique: Modélisation et Expérimentation (L2ME)
Université Tahri Mohamed , Bechar, Algérie + benzegaou@yahoo.fr
3. Laboratoire d'Energétique en Zones Arides (ENERGARID)
Université Tahri Mohamed ,Bechar, Algérie+brahimo12002@yahoo.fr

Résumé

Aujourd'hui l'analyse des problèmes de contact avec frottement est très importante pour beaucoup d'applications de mécanique. Malgré la linéarité de la loi élastique, le problème de contact est intrinsèquement non linéaire. En effet, la surface de contact et les forces de contact sont à priori, inconnues et elles changent progressivement pendant le chargement. Le caractère cinématique du phénomène de contact implique souvent l'utilisation d'un modèle dans la simulation numérique ; certains problèmes de contact sont même très difficiles à résoudre en quasi-statique. Dans ce travail, on a tenté de présenter la méthode du pénalité qui existe dans les codes éléments finis comme Ansys, quant à elle, permet de respecter la condition de non pénétration et d'éviter les problèmes liés au choix des coefficients de pénalisation.

Mots clés : *Contact, Frottement, simulation numérique .*

1. Introduction

Les phénomènes de contact et de frottement sont pris en compte de plus en plus souvent dans les problèmes industriels tels que les analyses du contact roue sur sol en aéronautique, du contact roue sur rail en Ingénierie ferroviaire, dans la modélisation des prothèses médicales, des assemblages mécaniques, des procédés de mise en forme, etc. Ceci nécessite d'avoir à disposition des outils de résolution et d'analyse efficaces, robustes, fiables et précis. Le contact mécanique présente les non-linéarités les plus difficiles à prendre en compte. Il existe différentes méthodes de résolution du contact. On présente ici les méthodes de pénalisation. Et on les applique sur un cas d'étude industriel.

2. Phénomène de contact

Les phénomènes de contact avec ou sans frottement sont fréquemment rencontrés. Le contact des pneus d'une voiture avec le sol, le sabot avec le disque de frein et les

chemises avec les pistons sont des exemples courants. [1]

On peut classer le contact suivant la surface de contact et la liaison de contact soit liaison unilatérale ou bilatérale on fonction du type de contact entre deux solides: [2]

- Contact ponctuelles (actions ponctuelles)
- Contact linéiques (actions linéiques)
- Contact surfacique (actions surfacique)

3. Différent type de frottement

Frottement sec : Les surfaces sont directement en contact.une expérimentation pour ce type de frottement est délicate à mettre en œuvre car ou le rencontre très rarement.

Frottement mixte : C'est le cas le plus souvent rencontré, les aspérités touche mais un troisième corps est interposé, il vient réduire le frottement et l'usure s'il s'agit d'un lubrifiant, ou l'augmenter, s'il s'agit d'un corps abrasif.

Frottement hydrodynamique : Une couche continue de lubrifiant est maintenue entre les deux surfaces de contact de manière à ce que les aspérités ne se touchent pas.la perte d'énergies est ainsi minimisée [3]

4. Loi de contact et de frottement

Pour des raisons de simplicité et de clarté, nous considérons uniquement deux corps déformables Ω_1 et Ω_2 en contact. Sur la figure 1, le point P appartenant à Ω_1 est un point de contact potentiel et Q est le point le plus proche de P sur Ω_2 . En effet Q est le point projeté de P sur la surface de Ω_2 qui sera considéré par la suite comme l'origine du repère local représenté sur figure 1. Le vecteur unitaire normal au point de contact \vec{n} est dirigé vers Ω_1 et désigne un vecteur de base de ce repère local. [4]; [5].

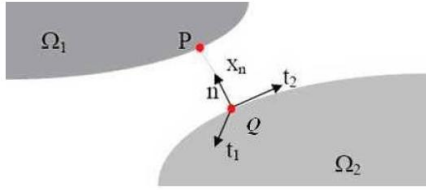


Fig. 1. Repère local de contact

4.1 Critère de contact unilatérale

Les points appartenant à la zone de contact doivent satisfaire les lois régissant le contact unilatéral. Elles sont connues généralement sous le nom de: condition de Signorini et s'expriment par les conditions suivantes:

Les conditions de contact unilatéral pour chaque point en contact, peuvent être exprimées comme suit : [4]

$$g = (x^c - x^m) \quad n \leq 0 \quad r_n \geq 0 \quad (1)$$

Impénétrabilité

$$x_n > 0 \quad (2)$$

Quand la particule est en contact avec l'obstacle, elle n'est pas attirée par lui :

$$x_n = 0 \Rightarrow r_n \geq 0 \quad (3)$$

Quand la particule n'est pas en contact avec l'obstacle, la réaction normale est nulle :

$$x_n \geq 0 \Rightarrow r_n = 0 \quad (4)$$

Les conditions de Signorini sont définies par les trois conditions :

$$\text{Signorini}(x_n, r_n) \Leftrightarrow x_n > 0, r_n > 0 \text{ et } x_n r_n = 0 \quad (5)$$

4.2 Méthode de pénalité

La méthode de la pénalisation consiste à introduire cette condition dans la fonctionnelle de l'énergie totale sous la forme suivante :

$$\bar{\pi}(X_t) = \pi(X_t) + \frac{\chi}{2} \cdot x_t^t \cdot x_t \quad (6)$$

avec X_t le vecteur des déplacements nodaux à l'instant t , x_t est le vecteur des interstices nodaux à l'instant t , χ est le coefficient de pénalisation et $\pi(X_t)$ la fonctionnelle de l'énergie totale associée aux corps en contact. en minimisant la fonctionnelle (6), L'équation variationnelle discrète qui lui associée est :

$$\delta\pi(x_t) = \chi \cdot x_t^t \cdot x_t = 0. \quad (7)$$

ont proposé de les déterminer en fonction de paramètres tel que :

$$\chi_n = \chi_t = \alpha \frac{A^2 \cdot K}{V} \quad (8)$$

Avec A l'aire de la surface de l'élément en contact, V est le volume de cet élément, K le module de flambement et α un facteur d'échelle à régler et pris généralement égal à 0.1[6]

5. Exemple numérique

5.1 Présentation du problème

Cet exemple est souvent étudié comme un benchmark. Il a été proposé par Raous [7] et Feng [8]. Il s'agit d'un bloc élastique en alliage de cuivre compressé, en contact avec une fondation rigide. Les dimensions, les sollicitations et les conditions aux limites sont montrées sur la figure2. Les différentes données du problème sont résumées ci-dessous :

- $E = 13000 \text{ daN/mm}^2$.
- $\nu = 0.2$.
- $u_x = 0$ sur DE , $u_x = u_y = 0$ pour D .
- $F = 10 \text{ daN/mm}^2$ et $f = -5 \text{ daN/mm}^2$.
- $\mu = 1.0$ (avec loi de Coulomb).
- $b = 40 \text{ mm}$.

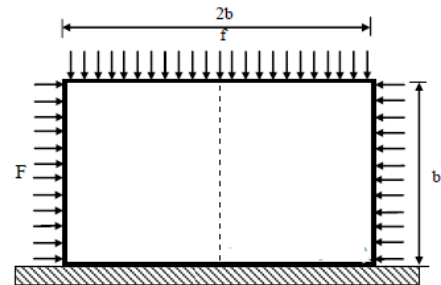


Fig. 2. Contact entre un bloc élastique et une fondation rigide

Par raison de symétrie on a pris seulement la moitié du bloc, avec déformation plane.

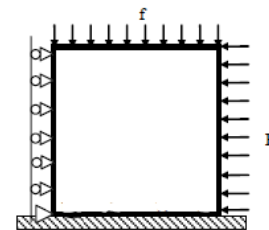


Fig. 3. Moitié de bloc élastique et une fondation

Le maillage est constitué de 512 éléments quadrilatéraux à 4 nœuds. La surface de contact est composée de 32 nœuds.

5.2. Résultats et discussions

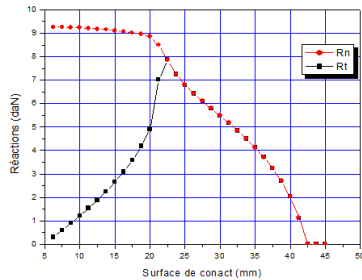


Fig. 4. Réactions des nœuds de la surface de contact.

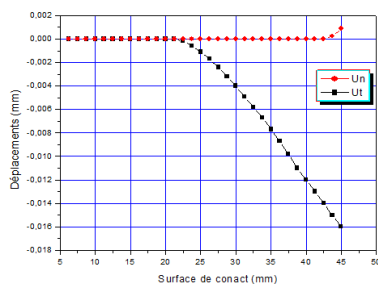


Fig. 5. Déplacements des nœuds de la surface de contact.

sur le bloc élastique en terme la distribution de la contrainte de cisaillement et de répartition des contraintes de Von Mises comme le montre la figure ci-dessous :

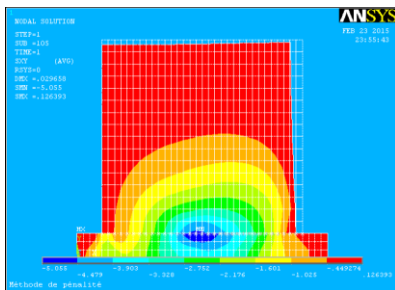


Fig. 6. distribution de la contrainte de cisaillement.

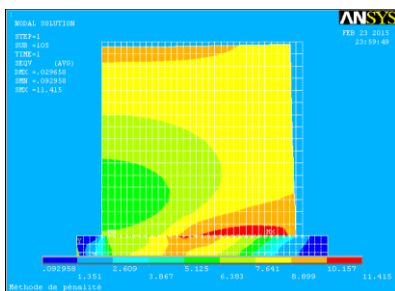


Fig. 7. Répartition des contraintes de Von Mises.

Nous pouvons voyez que les résultats d'ANSYS dépendent du coefficient de pénalité K_n pouvons avoir en même temps trois surfaces de contact de nature différente : Décollement, Glissement, Adhérence

6. Conclusion

L'objectif principal de cet article est de présenter l'analyse Problème du contact de Signorini avec la loi de frottement de Coulomb. Un exemples Été étudiés en détail. Les résultats ont montré que la méthode de pénalité utilisée dans ANSYS programme. Donne un bon accord et une meilleure performance. mais le principal désavantage est le choix des coefficients de pénalisation (raideurs de contact) qui ont une influence directe sur les résultats.

Références

- [1] TENIOU, *approximation d'un problème de contact sans frottement*, Constantine, Décembre 2006.
- [2] AUCH Ch. ALBOUY, B. CABROL, G. JOLLY, *Cours de mécanique*, 2006.
- [3] G.ZAMBLI, *martiaux et contact*, édition dunond, paris 1998.
- [4] Nadjat TALBI, *Résolution du contact frottant entre objets déformables en temps réel et avec retour haptique*, thèse de doctorat, d'EVRY, Décembre 2008.
- [5] Zhi-Qiang FENG, *Mécanique non linéaire*, d'EVRY, 2006.
- [6] HELEN WALTER, *Modélisation 3D par éléments finis du contact avec frottement et de l'endommagement du béton: application a l'étude de fixations ancrées dans une structure en béton*, thèse de doctorat, institut national des sciences appliquées de lyon ,1999.
- [7] Z.Q.FENG, 2D or 3D frictional contact algorithms and applications in a large deformation context, *Comm, Numer, Meths Eng. N°11*, pp 409-416.1995.
- [8] Z.Q.FENG, Some text examples of 2D and 3D Contact problems involving Coulomb Friction and large slip, *Math Comput. Modeling, vol28, N° 4-8, pp 469-477.1998.*