

**Modélisations mathématique et numérique pour la valorisation énergétique de la canne à sucre**

M. MAHBOUB, K. GUERAOU, S. MEN-LA-YAKHAF, M. DRIOUICH, M. TAIBI, A. MOHCINE  
 Team of modelling Faculty of sciences, Mohammed V University, Rabat B.P. 1014, Rabat, Morocco  
[kgueraoui@yahoo.fr](mailto:kgueraoui@yahoo.fr)

**Résumé :**

Cette étude a pour objet la modélisation numérique de la pyrolyse des déchets de canne à sucre. L'application potentielle des produits de pyrolyse obtenus (combustibles) réside dans l'usage dans des installations de combustion domestiques ou industrielles. Afin de faciliter la modélisation numérique du processus de la pyrolyse, les particules de déchet sont supposées disposées dans une enceinte cylindrique verticale (lit fixe). Leur chauffage est assuré par un courant vertical ascendant de gaz inerte chaud. La résolution des équations des bilans relatives à un écoulement bidimensionnel et non stationnaire permet d'obtenir l'évolution axiale de la température, de la concentration du solide, du résidu carboné (coke) et du gaz de pyrolyse. La méthode des différentielles finies a été employée pour discrétisation spatiale du système d'équations, et la Méthode de rang-kutta d'ordre 4. Après la validation, ce modèle a été appliqué à une configuration d'un lit fixe. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats expérimentaux présentés dans la littérature [1].

**Mots clé :** Modélisation, pyrolyse, canne à sucre, lit fixe, bidimensionnel, Méthode de différence finies, la méthode de Rang-Kutta.

**1. FORMULATION MATHÉMATIQUE**

En considère un écoulement diphasique bidimensionnel réactif (liquide et gaz) sans changement de phase. Nous considérons quelques hypothèses pour simplifier le modèle d'écoulement diphasique : nous ne considérons pas la déformation de la phase solide. Nous présentons les équations de conservation de matière et d'énergie et les fonctions thermodynamiques, en adoptent les hypothèses suivantes : L'écoulement non stationnaire et décrit par la loi de Darcy généralisée. Le gaz est parfait. Le milieu est poreux de porosité constante. La densité des solides reste constante. Les particules gardent un volume constant au cours de leur dégradation thermique.

**1.1 L'équation de conservation de la masse dans la phase gazeuse**

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon \rho_g) + \text{div}(\rho_g \vec{u}_g) = \dot{m} \quad (1)$$

$$\text{Avec : } m_g = \varepsilon(1 - S_g)\rho_g = \varepsilon \rho_g \quad (2)$$

Où :  $\varepsilon$  est la porosité du milieu,  $S_g$  la saturation en liquide et  $\rho_g$  la masse volumique des phases liquide et gaz.  $\vec{u}_g$  Le vecteur vitesse de filtration de la phase gaz  $\dot{m}$  étant le taux de production de gaz (production des hydrocarbures par la pyrolyse).

**1.2 L'équation de conservation des espèces dans la phase gazeuse**

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon \rho_g Y_\alpha) + \text{div}(\varepsilon \rho_g \vec{u}_g Y_\alpha) \\ = \text{div}(D_{eff} \rho_g \overrightarrow{\text{grad}} Y_\alpha) + \dot{m}_\alpha \end{aligned} \quad (3)$$

Où  $Y_\alpha$  et  $D_{eff}$  sont respectivement la Fraction massique de l'espèce. Coefficient de diffusion ( $m^2/s$ ).

$\dot{m}_\alpha$  : C'est le taux de production de l'espèce  $\alpha$  au cours de la pyrolyse.

**2.3 Bilan de quantité de mouvement**

En assimilant le lit à un milieu poreux, la conservation de la quantité de mouvement peut être assurée par la loi de Darcy généralisée [2] :

$$\vec{u}_g \text{ (m/s)} = -\frac{k_r}{\mu_g} (\overrightarrow{\text{grad}} P - \rho_g \vec{g}) \quad (4)$$

Où :  $P$  et  $\mu_g$  sont respectivement la perméabilité. La pression est évaluée grâce à l'équation d'état des gaz parfait, la viscosité dynamique et la pression de chaque phases (liquide, gaz).

La masse volumique du gaz est définie comme suit :

$$\rho_g = \frac{M_g P_g}{RT} \quad (5)$$

Ou  $M_g$  est la masse molaire du gaz (kg/mol),  $R$  (J/mol.K) la constante universelle des gaz parfaits et  $T$ (K) la température.

#### 1.4 L'équation de conservation de l'énergie dans la phase gazeuse

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon \rho_g C_{p_g} T_g) + \text{div} (\rho_g \vec{u}_g C_{p_g} T_g) \\ = \text{div} (\lambda_{\text{eff}} \overrightarrow{\text{grad}} T_g) + h_{gs} S (T_s - T_g) \\ + \sum_{\alpha} \dot{m}_{\alpha} H_{s,\alpha} + \dot{Q}_{\text{rad},g} \end{aligned} \quad (6)$$

#### 2.5 L'équation de conservation de l'énergie dans la phase solide

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} ((1 - \epsilon) \rho_s C_{p_s} T_s) \\ = \text{div} (\lambda_s \overrightarrow{\text{grad}} T_s + \vec{q}_{\text{rad},s}) \\ + h_{gs} S (T_g - T_s) \\ - \sum_{\alpha} \dot{m}_{\alpha} H_{\alpha} + \Delta H_{ca} \dot{W}_{ca} \end{aligned} \quad (7)$$

#### 1. Méthode de résolution :

Dans la présente simulation, nous avons opté à l'utilisation de la méthode différence finset la méthode de Runge-Kutta implicite. La méthode différence finis est une méthode de discrétisation bien adaptée à la résolution numérique des équations de conservation de grandeurs intensive.

Les variables dépendantes du problème sont les températures ( $T_g, T_s$ ) qui interviennent dans les bilans thermiques, les fractions massiques ( $Y_s$ ) qui interviennent dans le bilan de matière.[3-5]

#### RESULTAS :

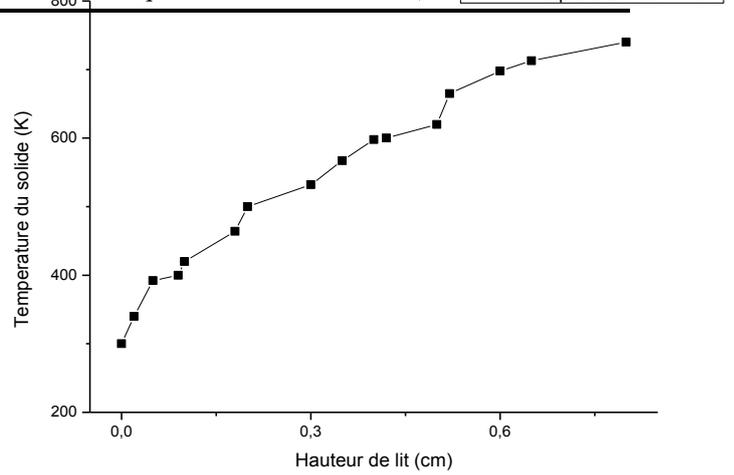


Figure 1 : Evolution de la Température du solide en fonction de la distance axiale pour une figure cylindrique

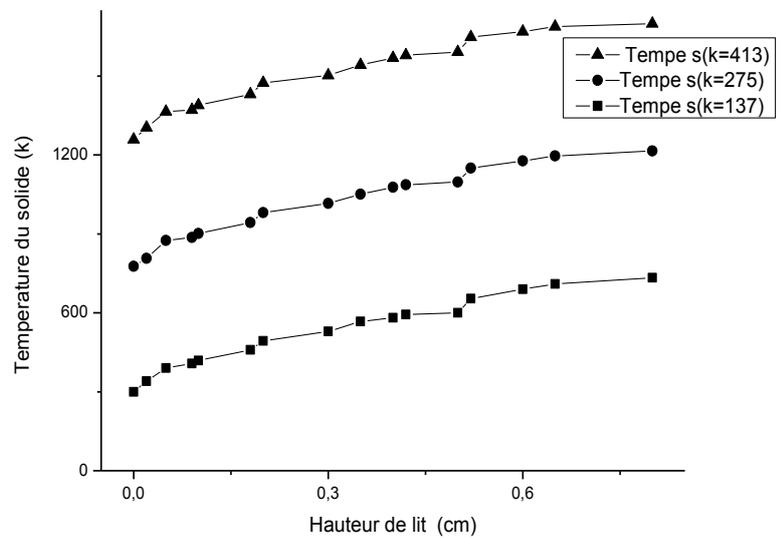


Figure 2 : Profile de température du solide en fonction de la distance axiale pour les trois cas à l'instant :  $\frac{3k_{max}}{4}$ ,  $\frac{k_{max}}{2}$  Avec  $k_{max} = 551$ .

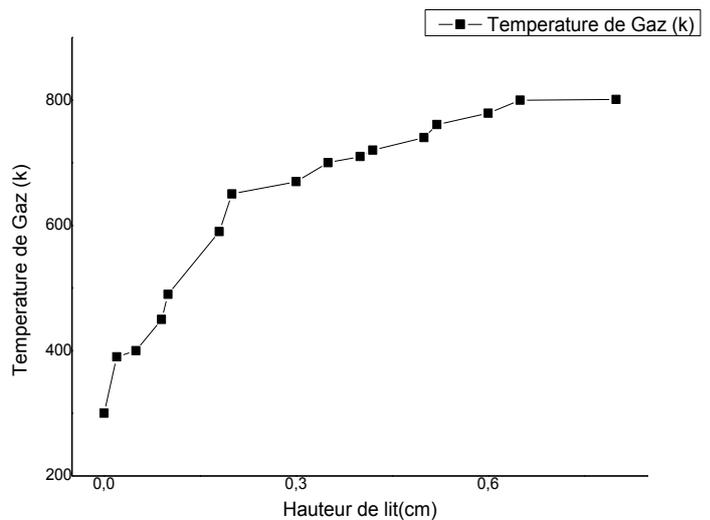


Figure 4 : Evolution de la Température de gaz en fonction de la distance axiale pour une figure cylindrique

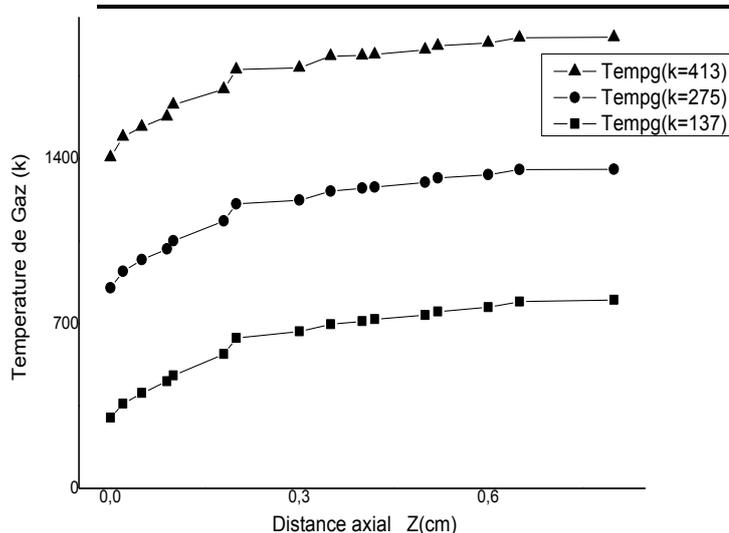


Figure 5 : Profile de température en fonction de la distance axiale pour les trois cas à l'instant : 3 kmax4, kmax4, kmax2 Avec kmax = 551.

Les figures 1, 2, 3 et 4 met en évidence la propagation progressive du flux thermique à travers le lit en laissant en trace des particules des déchets traités canne à sucre à des températures jusqu'à 785 K. A travers cette représentation, on constate des valeurs de températures pour le solide inférieur par rapport à celles du gaz. A titre d'exemple, la température du solide pour  $z = 0.6$  cm est de 785 °C, alors que pour le gaz, elle est proche de 760 K. [6]

L'augmentation de la température d'un échantillon canne à sucre de biomasse provoque la rupture de liaisons chimiques, ce qui conduit à la formation de matières volatiles qui se dégagent, avec pour conséquence une diminution progressive de la masse de l'échantillon.

## CONCLUSION

La pyrolyse est un phénomène très complexe qui précède généralement l'étape de la combustion hétérogène. Elle est toujours confondue avec la dévolatilisation (dégagement de matière volatile sous l'effet de la chaleur). Le présent modèle présenté dans ce travail nous a permis d'analyser le processus de la pyrolyse des particules solides des déchets du canne à sucre à lit fixe. Les résultats trouvés par notre modèle présentent une bonne concordance avec les résultats expérimentaux de Pyle et al. [7]. Nous avons analysé et discuté l'évolution

des champs de température, de la matière carbonée, ainsi des gaz produits par la pyrolyse. L'application potentielle de ce modèle réside dans son emploi à la pyrolyse et à d'autres types de biomasse et à d'autres configurations. Par ailleurs, la vitesse de chaleur et la taille des particules étant des paramètres opératoires ayant une influence notable sur le rendement des produits de pyrolyse.

## Références

- [1] C. GHABI, H. BENTICHA, M. SASSI, Modélisation et simulation numérique de la pyrolyse du noyau d'olive, *Afrique SCIENCE 02(2) (2006) 142 – 162* ISSN 1813-548X
- [2] Samir MEN-LA-YAKHAF, Modélisation numérique et mathématique des transferts réactifs de masse et de chaleur dans les installations de stockage des résidus d'arganier et de palmier, Université Mohammed 5, Faculté des sciences Rabat, 2015.
- [3] M. Driouich, K. Gueraoui, Y.M. Haddad, M. Sammouda, A. El Hammoumi, M. Kerroum, M. Taibi and O. FassiFehri, Numerical and Theoretical Modeling of Unsteady flows for incompressible Fluid in Rigid Conducts. Application to Molten polymers Flow, *International Review on Modeling and Simulations*, 3(6) (2010).
- [4] M. Driouich, K. Gueraoui, M. Sammouda and Y.M. Haddad, The Effect of the Rheological Characteristics of the Molten Polymer on its Flow in Rigid Cylindrical Tubes, *Adv. Studies Theor. Phys.*, 6(12) (2012), 569 – 586.
- [5] S.MEN-LA-YAKHAF, K.GUERAOU, M.DRIOUICH, New Numerical and Mathematical Code Reactive Mass Transfer and Heat Storage Facility of Argan Waste, Hikari Ltd, 2014.
- [6] C.H. Bamford, J. Crank and D.H. Malan, 'The Combustion of Wood', Part I. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Vol. 42, N°2, pp. 166 – 182, 1946.
- [7] C.H. Bamford, J. Crank and D.H. Malan, 'The Combustion of Wood', Part I. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Vol. 42, N°2, pp. 166 – 182, 1946.