

## *Etude numérique de l'effet d'un champ magnétique uniforme sur le début de l'instabilité convective dans les nanofluides Newtoniens.*

F. DAHAMI<sup>1</sup>, K. NAJID<sup>1</sup>, A. WAKIF<sup>1</sup> et R. SEHAQUI<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Université Hassan II de Casablanca, Faculté des sciences Ain Chock, Laboratoire de Mécanique, Equipe de Modélisation en Mécanique et Energétique, Km 8 d'El Jadida BP 5366 Maarif, Casablanca, Maroc.

[dahamifarah@gmail.com](mailto:dahamifarah@gmail.com)

[kaoutar.najid@gmail.com](mailto:kaoutar.najid@gmail.com)

[wakif.abderrahim@gmail.com](mailto:wakif.abderrahim@gmail.com)

[rsehaqui@gmail.com](mailto:rsehaqui@gmail.com)

### Résumé

Le but de ce travail est d'étudier l'effet d'un champ magnétique vertical, uniforme, sur le début de l'instabilité convective d'un nanofluide Newtonien (Alumine-eau) électriquement conducteur, d'une couche chauffée uniformément par le bas dans la configuration de Rayleigh-Bénard dans le cas rigide-rigide.

Le modèle utilisé intègre les effets du mouvement Brownien et thermophorèse.

Le problème est résolu numériquement en utilisant la méthode de Galerkin des résidus pondérés.

L'étude linéaire qui a été réalisée montre que la stabilité thermique du nanofluide dépend du nombre magnétique Chandrasekhar  $Q$ , des forces de flottabilités, le mouvement Brownien, thermophorèse et d'autres propriétés thermo-physiques des nanoparticules.

**Mots clefs :** Stabilité linéaire, nanofluide, champ magnétique, mouvement Brownien, thermophorèse.

### 1. Introduction

La magnétohydrodynamique (MHD) est un domaine vaste de la physique, liée à l'interaction entre un champ magnétique et un fluide conducteur d'électricité. Les études menées sur les écoulements magnétohydrodynamique ont fourni une riche bibliographie: **Dhananjay Yadav et al.** [1] ont étudié les effets combinés du courant de Hall et du champ magnétique sur l'apparition de la convection dans une couche électriquement conductrice nanofluide dans la configuration de Rayleigh-Bénard. Ils ont conclu que pour des petites valeurs des paramètres de courant et des paramètres de nanoparticules permettent d'accélérer l'apparition de la convection. **A.wakif et R.Sehaqui** [2], ont examiné l'effet d'un champ magnétique vertical uniforme sur l'apparition de Darcy-Brinkman convection dans un nanofluide électriquement conducteur d'une

couche poreuse chauffée uniformément par le bas. Ils ont trouvé que la présence de frottements sur les parois horizontales est un facteur produisant la stabilité thermique du système.

Dans cette étude on se propose de vérifier quelques résultats traités dans l'article [3] concernant le problème de Rayleigh-Bénard en présence d'un champ magnétique verticale et uniforme. Dans un premier temps, nous allons traiter le cas des fluides réguliers et dans un deuxième temps, le cas des nanofluides, en considérant que les deux types de fluides sont Newtoniens et conducteurs de l'électricité.

Notre étude consiste à trouver numériquement le seuil d'instabilité marginale stationnaire pour le cas rigide-rigide, en utilisant la méthode des résidus pondéré de Galerkin et de contrôler la stabilité des nanofluides en étudiant l'influence de quelques paramètres de contrôle sur la stabilité thermique des nanofluides.

Dans ce travail on a supposé que les paramètres qui figurent dans les équations gouvernantes qui caractérisent les nanofluides, sont supposés constants au voisinage de la température de la paroi chaude  $T_0^*$  qu'on a pris comme température de référence.

### 2. Formulation théorique du problème

Nous considérons une couche horizontale infinie d'un nanofluide incompressible électriquement conductrice chauffée par le bas. Le nanofluide est confiné entre deux plaques parallèles  $z^* = 0$  et  $z^* = L$ , les températures au niveau des limites inférieures et supérieures sont prises pour être  $T_0^*$  et  $T_1^*$ , respectivement,  $T_0^*$  étant supérieure à  $T_1^*$ , un champ magnétique vertical uniforme  $H^* = (0, 0, H_0^*)$  agit sur le système.

La configuration physique est tel que représenté sur la figure 1.

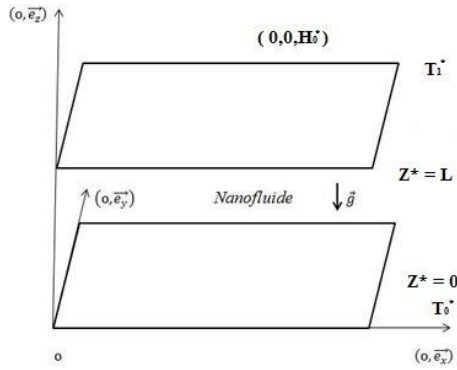


Figure 1 : Géométrie du problème.

Le système d'équation définissant le mouvement s'écrit sous la forme adimensionnelle :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{Pr} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v} = -\vec{\nabla} P + \vec{\nabla}^2 \cdot \vec{v} - R_m \vec{e}_z + R_a T \vec{e}_z - R_n \phi \vec{e}_z + Q \frac{Pr}{PrM} (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \times \vec{H} \quad (2)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \right) \phi = \frac{1}{Le} \vec{\nabla}^2 \phi + \frac{N_A}{Le} \vec{\nabla}^2 T \quad (3)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \right) T = \vec{\nabla}^2 T + \frac{N_B}{Le} (\vec{\nabla} \phi \cdot \vec{\nabla} T) + \frac{N_A N_B}{Le} (\vec{\nabla} T \cdot \vec{\nabla} T) \quad (4)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \right) \vec{H} = (\vec{H} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + \frac{Pr}{PrM} (\vec{\nabla}^2 \vec{H}) \quad (5)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad (6)$$

Les conditions aux limites Adimensionnelle :

$$w = \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad T = 1, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} + N_A \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (7)$$

$$w = \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad T = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} + N_A \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad z = 1 \quad (8)$$

### 3. Problème de Rayleigh-Bénard:

#### 3.1 Etat de Base

L'état de base est défini comme suit :

$$v = 0, \quad T = T_b(z), \quad P = P_b(z), \quad \phi = \phi_b(z)$$

Les solutions de base :

$$T_b(z) = 1 - z \quad (9)$$

$$\phi_b(z) = N_A z + \phi_0 \quad (10)$$

Avec :

$$\phi_0 = \phi_b(0) = \frac{\phi_b^*(0) - \phi_0^*}{\phi_0^*}$$

#### 3.2 La perturbation.

Nous superposons de petites perturbations sur l'état de base comme indiqué ci-dessous, en linéarisant les équations autour de l'état de conductif.

$$\vec{v} = \vec{v}', \quad T = T_b(z) + T', \quad P = P_b(z) + P', \\ \phi = \phi_b(z) + \phi', \quad \vec{H} = \vec{e}_z + \vec{H}'$$

#### 3.3 Analyse en mode normaux

La solution périodique est sous la forme :

$$(\mathbf{w}', T', \phi') = (\mathbf{w}(z), \theta(z), \phi(z)) e^{(ik_x x + ik_y y)}$$

Le système d'équations devient :

$$\mathbf{w} + (D^2 - a^2 - \frac{N_A N_B}{L_e} D) \theta - \frac{N_B}{L_e} D \phi = 0 \quad (11)$$

$$-N_A \mathbf{w} + \frac{N_A}{L_e} (D^2 - a^2) \theta + \frac{1}{L_e} (D^2 - a^2) \phi = 0 \quad (12)$$

$$(D^2 - a^2)^2 \mathbf{w} - a^2 R_n \theta + a^2 R_n \phi - Q D^2 \mathbf{w} = 0 \quad (13)$$

Avec :

$$D = \frac{d}{dz}$$

Et

$$a = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$$

Les conditions aux limites deviennent :

$$\mathbf{w} = D\mathbf{w} = \theta = 0, D\phi + N_A D\theta = 0, \text{ en } z = 0 \text{ et } z = 1 \quad (14)$$

### 4. Approche du problème par la méthode des résidus pondéré de Galerkin:

On procède à la solution du système d'équation de la stabilité par la méthode de Galerkin. C'est une méthode d'intégration analytique qui consiste à rechercher une solution approchée d'une équation différentielle, à partir d'une erreur résiduelle associée à cette équation.

Le système d'équation devient :

$$\begin{aligned} D_{js} A_s + E_{js} B_s + F_{js} C_s &= 0 \\ G_{js} A_s + H_{js} B_s + I_{js} C_s &= 0 \\ J_{js} A_s + K_{js} B_s + L_{js} C_s &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

On est ramené à calculer les coefficients de la matrice de Galerkin. Une condition nécessaire d'existence d'une solution (non triviale) consiste à imposer que le déterminant de la matrice est nul.

$$\begin{vmatrix} D_{js} & E_{js} & F_{js} \\ G_{js} & H_{js} & I_{js} \\ J_{js} & K_{js} & L_{js} \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

### 5. L'influence du nombre de Chandrasekhar Q

#### 5.1 Cas d'un fluide régulier à l'ordre N=10 :

Q	Chandrasekhar (N=6)		Yadav (N=6)		Notre étude (N=10)	
	$R_{ac}$	$a_c$	$R_{ac}$	$a_c$	$R_{ac}$	$a_c$
0	1707.8	3.103	1707.76	3.12	1707.7617	3.1163
10	1945.9	3.25	1945.74	3.27	1945.7457	3.2652
50	2802.1	3.68	2802.01	3.68	2802.0058	3.6792
100	3757.4	4.00	3757.23	4.01	3757.2305	4.0120
200	5488.6	4.45	5488.55	4.45	5488.5428	4.4468

Figure 2 : validation des résultats avec Chandrasekhar et Yadav cas d'un fluide régulier.

### 5.2 Cas d'un fluide régulier à l'ordre $N=10$ :

$Q$	Yadav(N=6)		Notre étude(N=10)		Erreur relative(E)	
	$a_c$	$R_{ac}$	$a_c$	$R_{ac}$	$\frac{\Delta a_c}{a_c}$	$\frac{\Delta R_{ac}}{R_{ac}}$
100	4.01	1256.61	4.0120	1256.7305	0.0498	0.0095
200	4.45	2988.73	4.4458	2988.0346	0.0944	0.0232
300	4.47	4595.42	4.7441	4593.7827	5.7777	0.0356

Figure 3 : validation des résultats avec Yadav cas d'un nanofluide ( $H_2O + AL_2O_3$ ).

D'après la Figure 2 et Figure 3 Le seuil d'instabilité marginale stationnaire des nanofluides est atteint avant celui des fluides régulier. Donc les fluides réguliers sont plus stables que les nanofluides.

### 6. L'influence du nombre de Lewis $L_e$ .

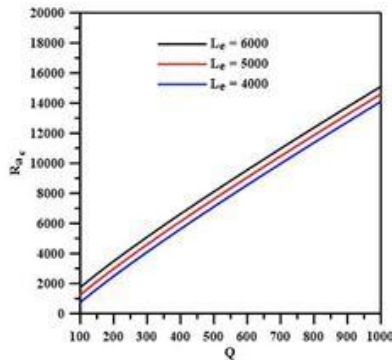


Figure 4 : La variation de  $R_{ac}$  en fonction de  $Q$  pour différentes valeurs de  $L_e$ .

Une augmentation du nombre de Lewis, a une influence sur la stabilisation dans la convection stationnaire.

### 7. L'influence du rapport de diffusivité modifiée $N_A$ .

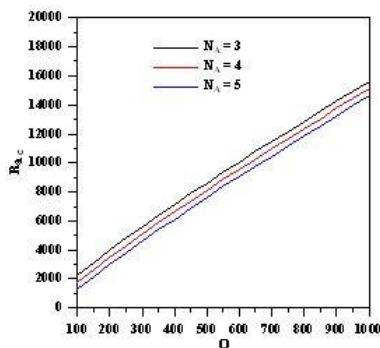


Figure 5 : La variation de  $R_{ac}$  en fonction de  $Q$  pour différentes valeurs de  $N_A$ .

La diminution du rapport de diffusivité modifiée, a une influence sur la stabilisation dans la convection stationnaire. Ceci est équivalent à dire que la diffusion

thermique des nanoparticules, est un facteur produisant la déstabilisation des nanofluides.

### 8. L'influence du nombre de Rayleigh de concentration $R_N$ .

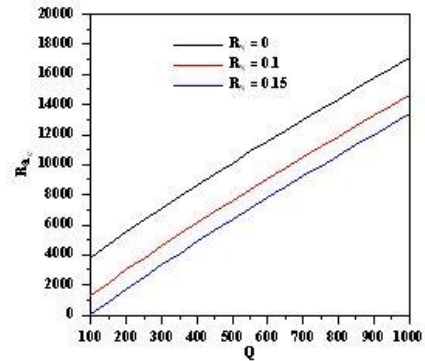


Figure 6 L'influence du nombre de Rayleigh de concentration  $R_N$ .

Une augmentation du nombre de Rayleigh de concentration  $R_N$ , a une influence sur la stabilisation dans la convection stationnaire. Ceci est équivalent à dire que les nanoparticules lourdes, permettent de stabiliser les nanofluides.

### Références

- [1] D. Yadav and J. Lee. *The onset of MHD nanofluid convection with Hall current effect*. Eur. Phys. J. Plus (2015) 130: 162.
- [2] D. Yadav, J. Wang, J. Lee, H.H. Cho, *Numerical investigation of the effect of magnetic field on the onset of nanofluid convection*, Applied Thermal Engineering. Volume 103, 25 June 2016, Pages 1441–1449
- [3] R. SEHAQUI et A. WAKIF. *The power series method to solve a magneto-convection problem in a Darcy-Brinkman porous medium saturated by an electrically conducting nanofluides layer*. Volume 14, Issue 4, February 2016, Pages 1048–1065.