

Modélisation de l'échange thermique par convection naturelle de nanofluide (Cu-eau) dans une enceinte à paroi ondulée

K. NAJID¹, F. DAHAMI¹, Z. BOULAHIA¹ et R. SEHAQUI¹

¹Université Hassan II, Faculté des sciences Ain Chock, Laboratoire de Mécanique, Equipe de modélisation en Mécanique et Energétique, Km 8 route d'El Jadida BP 5366 Maarif, Casablanca, Maroc

Kaoutar.najid@gmail.com

rsehaqui@gmail.com

Résumé

Dans ce travail, on a mené une étude numérique de la convection naturelle laminaire stationnaire dans une enceinte ondulée et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules de cuivre. Les équations gouvernantes ont été discrétisées par la méthode des différences finies en utilisant la méthode ADI (Alternating Direction Implicit) et la méthode SOR (successive over relaxation). Un code de calcul a été conçu et réalisé dans ce contexte pour utiliser la simulation numérique. Les résultats sont analysés à travers les champs thermique et dynamique avec une attention particulière au nombre de Nusselt. Ce travail a été validé en comparant à ceux de la littérature. Une étude paramétrique a été menée en considérant le nombre de Rayleigh, l'amplitude d'ondulation et le type de nanofluide.

Mots clés : Convection naturelle, enceinte ondulée, transfert de chaleur

1. Introduction

Les géométries complexes couvrent différents types de configurations géométriques, à savoir les cavités à parois ondulées, les cavités à parois courbées concaves et convexes. Parmi les travaux concernant les effets de courbure des parois des enceintes fermées sur le transfert de chaleur, la majorité ont été consacrés à la géométrie carrée et rectangulaire dont une ou deux parois sont ondulées. Le comportement dynamique complexe du fluide au niveau des parois ondulées a fortement motivé les chercheurs à investiguer dans ce domaine.

Ainsi Mahmud et al [1] ont mis en évidence l'effet de l'ondulation de la surface d'échange sur l'écoulement du fluide et sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte verticale à paroi ondulée. Adjlout et al [2] ont étudiés la convection naturelle dans une cavité inclinée dont la paroi chaude est ondulée et fait face à la paroi froide les deux autres sont adiabatiques. Prodip et al [3] ont présentés une simulation numérique de la convection naturelle dans une enceinte constituée de parois parallèles, ondulées et verticales et planes. Saidi et al [4] ont montrés, à travers une étude numérique et expérimentale de la convection naturelle dans une cavité sinusoïdale, que l'échange de

chaleur total entre les parois ondulées de la cavité et le fluide est réduit par la présence de vortex. Dans le but d'améliorer les performances fonctionnelles de la surface d'échange, le présent travail concerne l'étude numérique de la convection naturelle dans une cavité à parois latérales adiabatiques et à fond sinusoïdal chauffé transversalement par une température constante et uniforme. Le taux de transfert de chaleur est déterminé en calculant les nombres de Nusselt locaux et moyen pour des différentes valeurs du nombre de Rayleigh et du facteur de forme A.

Dans le but d'améliorer les performances fonctionnelles de la surface d'échange, le présent travail concerne l'étude numérique de la convection naturelle dans une cavité à parois latérales chauffées transversalement par une température constante et uniforme et la paroi basse de forme sinusoïdale adiabatique. Le taux de transfert de chaleur est déterminé en calculant les nombres de Nusselt locaux et moyen pour des différentes valeurs du nombre de Rayleigh et du facteur de forme a.

2. Formulation théorique du problème étudié

Figure.1 représente une enceinte ondulée composée d'une paroi ondulée (bas) et trois parois droites (haut, gauche et droite).

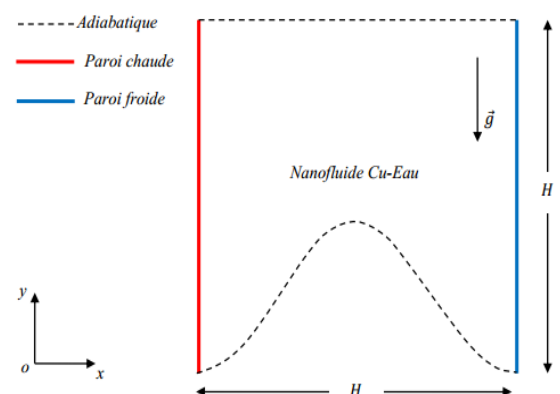


Figure 1 : Géométrie du problème et Conditions aux limites

Le système d'équations définissant le problème s'écrit sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\Omega \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial y} = Pr.A. \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) + Pr.Ra.B \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (2)$$

Avec

$$A = \frac{Pr}{(1-\varphi)^{0.25} \left((1-\varphi) + \varphi \frac{\rho_f}{\rho_s} \right)}$$

$$B = \left(\frac{1}{(1-\varphi) \frac{\rho_f}{\rho_s} + 1} \frac{\beta_s}{\beta_f} + \frac{1}{\varphi \frac{\rho_f}{\rho_s} + 1} \right)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y} = \lambda \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{k_{nf} (\rho C_p)_f}{k_f (\rho C_p)_{nf}} = \frac{k_{nf}/k_f}{(1-\varphi) + \varphi \frac{(\rho C_p)_s}{(\rho C_p)_f}}$$

Les composantes de la vecteur vitesse et la vorticité, s'expriment en fonction de la fonction de courant adimensionnelle ψ par :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4)$$

Les conditions aux limites adimensionnelle :

Pour $x = 1$ et $f(x) \leq y \leq 1$:

$$\theta = 0, u = v = \psi = 0, \Omega = -\partial^2 \psi / \partial x^2$$

Pour $x = 0$ et $f(x) \leq y \leq 1$:

$$\theta = 1, u = v = \psi = 0, \Omega = -\partial^2 \psi / \partial x^2$$

Pour $y = f(x)$ et $0 \leq x \leq 1$:

$$\partial \theta / \partial y = 0, u = v = \psi = 0,$$

$$\Omega = -\partial^2 \psi / \partial y^2 - \partial^2 \psi / \partial x^2$$

Pour $y = 1$ et $0 \leq x \leq 1$:

$$\theta = 0, u = v = \psi = 0, \Omega = -\partial^2 \psi / \partial y^2$$

3. Technique de transformation domaine

Les variables indépendantes x et y dans le domaine physique sont transformées en variables indépendantes ξ et η dans le domaine numérique par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \xi = \xi(X) = x \\ \eta = \eta(X, Y) = \frac{y - f(x)}{1 - f(x)} \end{cases} \quad (5)$$

La dérivée totale de la fonction f est donnée par :

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy \quad (6)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial \xi} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{cases} \quad (7)$$

Pour résoudre le système (7) en utilisant la règle de cramer qui exprime la dérivée partielle f de par rapport à x et y en fonction de ξ et η :

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right] \\ \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right] \end{cases} \quad (8)$$

avec

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right] \right) \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right] \right) \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right] \right) \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right] \right) \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) = \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right] \right) \left(\frac{1}{J} \left[\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right] \right) \end{cases} \quad (10)$$

On remplace les formules (8) et (10) dans les équations gouvernantes

$$\Phi. \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \varepsilon \frac{\partial \psi}{\partial \eta} + \alpha \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} = -J^2 \Omega \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} = \\ & A. \frac{1}{J} \cdot \left(\Phi. \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \varepsilon \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} + \alpha \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \eta^2} \right) \\ & + B. Pr. Ra. \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

Avec

$$A = \frac{Pr}{(1-\varphi)^{0.25} \left((1-\varphi) + \varphi \frac{\rho_f}{\rho_s} \right)}$$

$$B = \left(\frac{1}{(1-\varphi) \frac{\rho_f}{\rho_s} + 1} \frac{\beta_s}{\beta_f} + \frac{1}{\varphi \frac{\rho_f}{\rho_s} + 1} \right)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} =$$

$$\frac{\lambda}{J} \left(\Phi \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \varepsilon \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} + \alpha \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \eta^2} \right)$$

(13)

Avec

$$\alpha = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2$$

$$\beta = \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi}$$

$$\gamma = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2$$

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi}$$

$$\phi = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \left(\alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \right) - \frac{\partial y}{\partial \eta} \left(\alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \right) \right)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \left(\alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \right) - \frac{\partial x}{\partial \xi} \left(\alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \right) \right)$$

Le nombre de Nusselt c'est le rapport entre le flux échangé par convection et celui échangé par conduction à la paroi :

$$Nu = \frac{k_{nf} \partial T / \partial y}{-k_f \Delta T / L} = \frac{k_{nf} \left(\frac{\Delta T}{L} \right) \partial \theta / \partial Y}{-k_f \left(\frac{\Delta T}{L} \right)} = - \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial \theta}{\partial Y}$$

(14)

Le nombre de nusselt moyenne est défini par :

$$\bar{Nu}_u = \int Nu_u \cdot dy$$

(15)

4. Résultats et Discussion

Dans cette partie, on a étudié l'effet de la variation de l'amplitude (a) sur le nombre de Nusselt moyen aux différents nombres de Rayleigh et fraction volumique de nanoparticules.

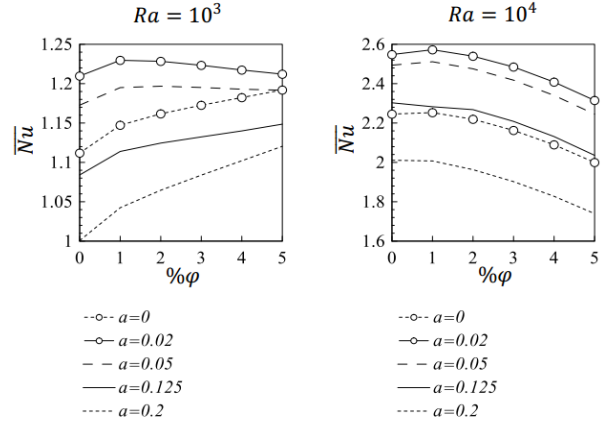
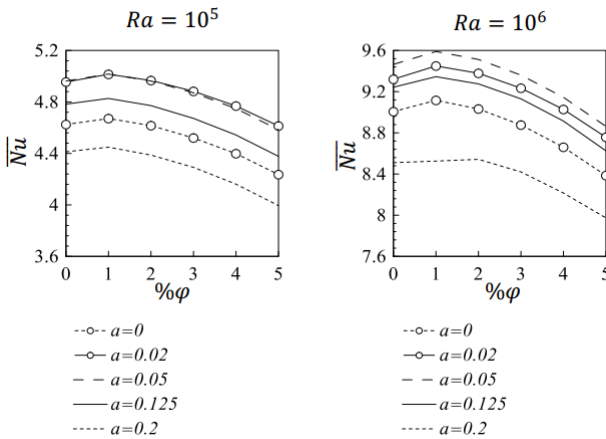


Figure2 : Variation de (\bar{Nu}) correspondant aux différentes de l'amplitude de surface ondulée pour différents nombres de Rayleigh et la fraction volumique des nanoparticules.

Les résultats montrent que lorsqu'on augmente le nombre de Rayleigh le taux de transfert de chaleur par convection s'améliore. Nous avons vu pour les petites valeurs du nombre de Rayleigh ($Ra = 103$) que la conduction est dominante donc l'amélioration du taux de transfert de chaleur est maximale pour $\phi = 5\%$.

Pour $Ra = 103$ On voit que l'augmentation de l'amplitude de l'ondulation de 0.125 à 0.2, produit une diminution au taux de transfert de chaleur. La valeur maximale du nombre de Nusselt moyen déduit en ($a=0.02$).

Lorsqu'on augmente le nombre de $Ra=106$, il est clair que le taux du transfert de chaleur devient maximal pour la valeur d'amplitude est égale 0.05. On peut bien remarquer que aux grands nombres de Rayleigh, l'augmentation de la valeur d'amplitude deviennent de plus en plus favorables pour le transfert de chaleur.

Références

- [1] S. Mahmoud, P.K. Das, N. Hyder, A.K.M.S. Islam "Free convection in an enclosure with vertical wavy walls", Int. J. Thermal Sciences, Vol. 41, pp. 440-460, (2002)
- [2] L. Adjlout, O. Imine, A. Azzi, M. Belkadi " Laminar natural convection in an inclined cavity with a wavy wall », International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 45, pp 2141-2152, (2002).
- [3] K.D. Proudip, O. Imine, M. Shohel, " Numerical investigation of natural convection inside a wavy enclosure", International Journal of Thermal Sciences, Vol. 42, pp 397-406, (2003).
- [4] C. Saidi, F. Legay, B. Pruent, " Laminar flow past a sinusoidal cavity", Internat. J. Heat Mass Transfer, Vol. 30, pp 649-660, (1987).