

Optimisation des ferrailages des réservoirs en béton armé par l'analyse limite et les algorithmes génétiques

Mustapha Bideq¹, Lahbib Bousshine², Guy Guerlement³

¹Laboratoire des Matériaux, Procédés, Environnement et Qualité (LMPEQ), ENSA de Safi, Université Cadi Ayyad, Maroc.
bideq@hotmail.com

²Laboratoire des Technologies de Construction et des Systèmes Industriels (LTCSI), ENSEM, Université Hassan II, Maroc. lbousshine@yahoo.fr

³Faculté Polytechnique de Mons, Université de Mons, Belgique.

Résumé

Nous proposons dans ce travail un nouvel algorithme de dimensionnement optimal des coques cylindriques en béton armé basé sur l'utilisation de la théorie de l'analyse limite et un algorithme génétique. L'objectif est de réduire les pourcentages des armatures longitudinale et transversale. La coque est discrétisée en éléments finis d'équilibre en vue de l'utilisation de l'approche statique de l'analyse limite. Un algorithme génétique permet de considérer les pourcentages d'armature comme des individus pour les faire évoluer, au cours des générations, vers des valeurs optimales qui octroient à la coque la résistance nécessaire un poids minimal.

Mots clés : *Optimisation, Coque Cylindrique, béton armé, algorithmes génétiques.*

1. Introduction

L'optimisation des structures concerne aussi bien les dimensions que la forme [1]. Dans ce travail, on s'intéresse à l'optimisation dimensionnelle des coques cylindriques. L'algorithme d'optimisation que nous proposons permet de calculer, dans un premier temps, la charge limite de la structure par la théorie de l'analyse limite (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**, [2], [4]), et dans un deuxième temps un algorithme génétique [5] permet de chercher les pourcentages des armatures les plus faibles mais qui permettent à la structure de résister à une charge limite imposée [6]. Pour garantir la sécurité de la structure, la charge limite est calculée par la méthode statique de l'analyse limite en discrétisant la structure en éléments finis cylindriques axisymétriques d'équilibre [7]. Dans le cas de la coque en béton armé, nous avons utilisé une condition de plasticité rectangulaire qui permet de tenir compte de l'anisotropie du matériau [8]. Les variables design du problème sont les pourcentages des armatures longitudinale et transversale. Ces deux variables sont simulées à des individus qui vont subir la loi de la sélection naturelle jusqu'à la réalisation d'une performance acceptable et l'adaptation aux contraintes imposées. Nous présentons, d'abord, des exemples d'analyse limite pour différentes conditions aux limites et pour des cas de chargement uniforme ou sous pression hydrostatique. Ces résultats sont comparés à une solution analytique proposée par

Save [9]. Nous avons étudié l'influence des pourcentages des armatures sur la charge limite et sur la distribution des contraintes dans la structure. Une étude permet de tester les paramètres de l'algorithme génétique pour améliorer la stabilité et la convergence.

2. Analyse limite

Nous cherchons une solution numérique en utilisant la méthode statique de l'analyse limite. Une approche directe qui combine l'analyse limite et la programmation mathématique est utilisée. L'adoption de la condition rectangulaire adaptée au matériau anisotrope permet d'utiliser la programmation mathématique linéaire, en l'occurrence la méthode du Simplexe [9].

L'équation fondamentale qui traduit l'équilibre de la coque est :

$$\frac{d^2 m_x}{dx^2} + \alpha^2 (n_\theta - PF(x)) = 0$$

où m_x et n_θ sont respectivement le moment de flexion et l'effort normal tangentiel réduits. P est le paramètre de charge et $F(x)$ est une fonction qui définit le type de chargement.

3. Discrétisation en éléments finis cylindriques d'équilibre

L'approche statique de l'analyse limite requiert une discrétisation en éléments finis d'équilibre. Nous avons utilisé, comme pour la coque cylindrique métallique et en raison de la symétrie de révolution du problème, un élément fini cylindrique à deux nœuds. Le champ des contraintes généralisées $\{\sigma\}$ peut être exprimé sous la forme suivante :

$$\{\sigma\} = [M]\{a\}$$

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} n_\theta \\ m_x \end{Bmatrix}$$

avec

$$\{a\}^T = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad P]$$

et

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\alpha^2 x^2}{2} & x & 1 & \alpha^2 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) \end{bmatrix}$$

où $\{a\}$ est un système de paramètres arbitraires dont la quatrième composante est le paramètre de charge lui-même. Ce dernier représente l'inconnue principale du problème d'analyse limite. a_1 , a_2 et a_3 sont des constantes d'intégration, elles sont arbitraires. Dans la formulation de l'élément d'équilibre on prend $a_1 = n_\theta$, ce qui nous permet de calculer l'effort normal circonférentiel qui ne figure pas comme connecteur dans les nœuds de l'élément. Ainsi, on peut calculer toutes les contraintes dans la structure.

Le vecteur forces généralisées exprimé en fonction de $\{a\}$:

$$\{g\} = [C]\{a\}$$

Où

$$\{g\} = \begin{Bmatrix} t_1 \\ m_1 \\ t_2 \\ m_2 \end{Bmatrix}$$

C'est un élément fini à quatre degrés de liberté. t_i et m_i sont respectivement l'effort tranchant et le moment de flexion dans chaque nœud de l'élément.

$[C]$ est une matrice de connexion.

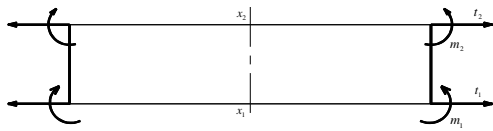


FIG. 1 – Élément fini cylindrique d'équilibre.

Sous sa forme discrétisée, la condition de plasticité rectangulaire peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$[N]\{\sigma\} \leq \{b\}$$

$[N]$ est une matrice donnée par :

$$[N] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

4. Formulation du problème statique de l'analyse limite

En appliquant le théorème statique, le problème d'analyse limite se ramène à la résolution du problème suivant :

$$\begin{cases} \text{Maximiser } P, \\ \text{Sous les conditions suivantes} \\ \{g\} - [C]\{a\} = 0, \\ [K]\{a\} \leq \{b\}. \end{cases}$$

Les matrices $[C]$ et $[K]$ sont des matrices globales obtenues par assemblage des matrices élémentaires $[C^i]$ et $[K^i]$.

Le problème 7.18 est linéaire car la fonction objectif et les contraintes le sont également. D'où l'intérêt de l'utilisation de la condition de plasticité rectangulaire. La résolution de ce problème en utilisant la méthode du simplexe ne pose pas de problèmes particuliers. A travers les multiples exemples que nous avons examinés, aucun problème de dégénérescence de la solution n'a été constaté.

5. Problème de dimensionnement

L'algorithme de dimensionnement que nous utilisons permet de scinder le problème en un problème principal qui est celui du dimensionnement optimal et un problème auxiliaire d'analyse limite.

Fonction objectif

La fonction objectif doit traduire la quantité d'acier qui forme l'armature dans les directions transversale et longitudinale. Pour exprimer cette quantité, et par analogie avec le volume de la matière que nous avons utilisé comme fonction objectif dans les problèmes précédents, nous avons choisi comme fonction objectif le produit des pourcentages d'armatures dans les deux directions :

$$f(\mu_x, \mu_\theta) = \mu_x \cdot \mu_\theta$$

Contraintes

Les contraintes imposées sont : $P = P_0$

la charge limite admissible :

les contraintes technologiques qui traduisent les valeurs minimales et maximales des pourcentages d'armatures :

$$\mu_{x \min} \leq \mu_x \leq \mu_{x \max}$$

et

$$\mu_{\theta \min} \leq \mu_\theta \leq \mu_{\theta \max}$$

Problème de dimensionnement

Le problème de dimensionnement peut être formulé de la façon suivante :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } f(\mu_x, \mu_\theta) = \mu_x \cdot \mu_\theta \\ \text{sous les conditions suivantes:} \\ P - P_0 = 0 \\ \mu_{x \min} \leq \mu_x \leq \mu_{x \max} \\ \mu_{\theta \min} \leq \mu_\theta \leq \mu_{\theta \max} \end{cases}$$

L'algorithme calcule la valeur de la charge limite P en résolvant le problème d'analyse limite formulé ci-dessus. Les variables design seront prises en charge par l'algorithme génétique qui les fera évoluer vers l'optimum.

6. Résultats numériques

Pour valider notre programme, nous avons repris la solution analytique de Save concernant la coque encastrée-libre soumise à une pression hydrostatique

($\lambda = 0$). $\gamma = \frac{\sigma'_b}{\sigma_b} = 0$, c'est-à-dire que le béton ne

résiste pas à la traction. Le rapport entre la contrainte limite de l'acier et celle du béton est $\beta = \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 12.5$. Le

pourcentage d'armature circonférentielle est fixé à 0.0141.

La figure 7.9 permet de comparer la distribution du moment de flexion dans le cas des solutions analytique et

numérique pour différentes valeurs du pourcentage d'armature longitudinale. La figure 2 montre la parfaite concordance des résultats.

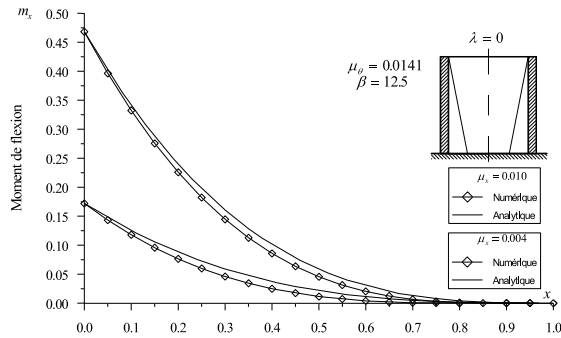


FIG. 2 – Comparaison des résultats numériques et analytiques.

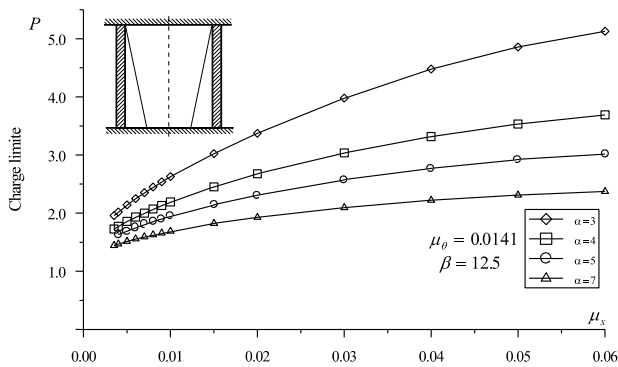


FIG. 3 – Effet de l'armature longitudinale sur la charge limite dans le cas d'un chargement hydrostatatique.

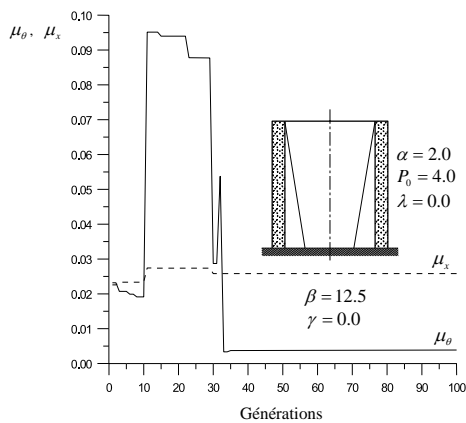


FIG. 4 – Evolution des pourcentages des armatures au cours des générations pour une coque encastree-libre.

La figure 3 montre l'évolution de la charge limite en fonction du pourcentage d'armature longitudinale dans le cas de la coque encastree des deux extrémités pour différentes valeurs du paramètre géométrique α , la charge limite est plus importante pour les coques courtes que pour les coques élancées et ce pour la même valeur de μ_x .

Les courbes de la figure ci-dessous montrent l'évolution de la solution au cours des générations. Même avec un nombre d'individus relativement faible (4 individus), la convergence de la solution est assurée en un nombre réduit de générations (FIG. 4).

7. Conclusion

L'utilisation de la méthode du simplexe combinée avec les AG permet de profiter des avantages offerts par chacune de ces deux méthodes. La coque a été discrétisée en éléments finis cylindriques d'équilibre. Le problème de l'analyse limite obtenu relève de la programmation mathématique linéaire. L'utilisation de la théorie de l'analyse limite combinée aux algorithmes génétiques permet de réduire le problème de dimensionnement optimal des coques cylindriques en béton armé en un problème à deux paramètres qui sont les pourcentages d'armatures longitudinale et circonférentielle. Avec ces deux paramètres, l'utilisation d'un nombre d'individus même très réduit (4 individus), permet d'obtenir des résultats satisfaisants en un temps de calcul raisonnable.

Références

- [1] Thevendran V., Thambiratnam D. P., Minimum weight design of cylindrical water tanks. *Int. J. Numer. Meth. Engng* 23, p. 1679-1691, 1986.
- [2] M. Bideq, H. Fihri Fassi, L. Bousshine, Minimisation des pourcentages des armatures des coques cylindriques en béton armé par la théorie de la plasticité et une méthode non déterministe, 1er Congrès de Génie Civil, Mécanique & Environnement, Casablanca, 10-11 novembre 2016.
- [3] M. Bideq, K. I. Janati, S. Jalal, L. Bousshine, Minimization of the steel percentage in concrete cylindrical shells using limit analysis theory and evolutionary algorithms, 2nd International Conference on Material and Structural Mechanics – MSM 2016, Marrakech, 23-25 novembre, 2016.
- [4] M. Bideq, M. Kouam, L. Bousshine and A. Kifani, Calcul de la charge limite des coques cylindriques de révolution par la méthode des éléments finis d'équilibre, CIMASI'98, Casablanca, 1998, Tome 2 874-877.
- [5] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems* (The University of Michigan Press, 1976).
- [6] M. Bideq, L. Bousshine, M. Kouam, G. Guerlement, Dimensionnement des coques cylindriques en béton armé par les algorithmes génétiques. 4th International Conference on Applied Mathematics and Engineering Sciences, CIMASIO2, Casablanca, 2002.
- [7] M. Bideq, L. Bousshine and M. Kouam, Analyse limite des coques cylindriques en béton armé, 4ème Congrès de Mécanique, Mohammedia, Tome I, p. 169, 1999.
- [8] G. B. Dantzig, *Linear programming and extensions* (Princeton University Press, Princeton New Jersey, 1963)
- [9] M. A. Save, Ch. Massonnet, *Calcul plastique des constructions* (Vol. 2, 2nd edition, Centre Belgo-Luxembourgeois d'Information de l'Acier, Bruxelles, 1972)