

L'effet de champ magnétique sur la convection mixte dans une cavité rectangulaire doublement entraînée

A. ZAHIRI¹, M.LAMSAADI¹, H.EL HARFI¹, M.KADDIRI¹, M.NAÏMI¹

1. Université Sultan Moulay Slimane, Faculté des Sciences et Technique, Laboratoire de Modélisation des Ecoulement et des Transferts (LAMET), B.P.523, Beni-Mellal, Maroc.

Résumé

Le présent travail consiste à une étude analytique et numérique de la convection mixte dans une cavité rectangulaire doublement entraînée et soumise à un champ magnétique externe. L'effet du nombre de Hartmann sur les intensités d'écoulement et des transferts thermiques a été examiné.

Mots clefs: Convection mixte, Méthode des volumes finis, Doublement entraînée, Champ magnétique.

1. Introduction

La convection mixte en présence d'un champ magnétique dans des milieux confinés est un sujet d'investigation de grande importance, vu sa présence dans différentes applications industrielles comme le refroidissement des composants électroniques [1]. Toutefois les travaux antérieurs, portant sur l'étude ce phénomène, ont visé essentiellement le cas où la cavité est carrée [2-3]. Le cas d'une cavité horizontale, qui n'a pas trop suscité l'intérêt de la communauté scientifique, risque de révéler des résultats différents tels que la montre l'étude déjà menée dans ce sens dans le cas où toutes les parois sont immobiles [4-5]. La présente étude aborde donc cet aspect tout en considérant le cas où les deux parois horizontales mobiles. La convection mixte, ici, est consécutive à l'application de flux uniforme de chaleur sur les parois verticales dans le même sens que celui du mouvement de la paroi supérieur, alors que celles horizontales sont supposées adiabatiques. Un champ magnétique uniforme est appliqué suivant la direction verticale y (figure 1).

Ce problème est régi par un système, d'équations aux dérivées partielles non linéaires, exprimé en termes de composantes horizontales et verticales de vitesse, température et pression. Avec l'approximation d'un écoulement parallèle, une solution analytique est obtenue lorsque le rapport d'aspect est large. Les équations gouvernantes sont aussi résolues numériquement en utilisant une approche basée sur la méthode des volumes finie dans un maillage régulier et ce. Dans le but de démontrer la validité des résultats analytique. L'objectif de

la présente étude est d'examiner l'effet du nombre de Hartmann sur les intensités d'écoulement et du transfert thermique.

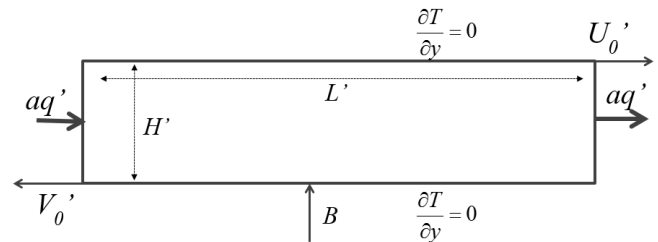


Figure 1 : Modèle physique et système de coordonnées

2. Equation de la convection et conditions aux limites associées

Les équations gouvernant la convection, exprimées en formulation de vitesse, pression et température, et les équations aux limites correspondantes se présentent sous forme adimensionnelle comme suit :

2.1 Equation de conservation

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{Ha^2}{\text{Re}} u \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + RiT \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{1}{\text{Re.Pr}} \Delta T \quad (4)$$

Avec :

Re : nombre de Reynolds

Ri : nombre de Richardson

Pr : nombre de Prandtl

Ha : nombre de Hartmann

2.2 Conditions aux limites

$$u = v = \frac{\partial T}{\partial x} + a = 0 \quad \text{pour } x = 0 \text{ et } x = A \quad (5)$$

$$u + 1 = v = \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{pour } y = 0 \quad (6)$$

$$u - 1 = v = \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ pour } y = 1 \quad (7)$$

2.3 Transfert de chaleur

Le transfert de chaleur global dans la direction horizontale de la cavité peut être exprimé à l'aide du nombre de Nusselt moyen donné par :

$$\overline{Nu} = \int_0^1 - \frac{1}{(\partial T / \partial X)_{x=A/2}} \quad (8)$$

3. Méthodes de résolution

3.1 Approche numérique

Dans le présent travail, les équations de conservation, présentées dans le paragraphe 2, sont résolues par le biais de la méthode des volumes finis de Patankar [6] et l'algorithme SIMPLER. Le choix d'une telle technique réside dans les avantages qu'elle offre en termes de stabilité numérique, vis-à-vis des paramètres gouvernants, de convergence et de conservation des flux sur chaque volume élémentaire.

Le choix de la grille de maillage dépend du rapport d'aspect A de la cavité et aussi de la nature de la solution. Des essais numériques ont été nécessaires pour optimiser le temps et la précision des calculs. Ainsi la grille uniforme de 100×50 est trouvée suffisante pour modéliser avec précision les champs d'écoulement et de température dans une cavité ayant $A=24$. Des configurations d'écoulement et de température, obtenues numériquement pour $Ra = 10^3$ et différentes valeurs de Ha sont présentées sur la figure 2. Comme on peut le voir, dans tous les cas, l'écoulement présente un aspect parallèle et une stratification thermique dans la région centrale de la cavité, ce qui y prouve l'existence d'une solution analytique.

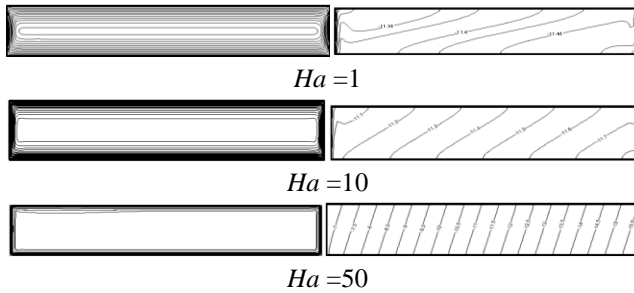


Figure 2 : Lignes de courant (à gauche) et isothermes (à droite) pour $Ra=10^3$ et diverses valeurs de Ha

3.2 Approximation de l'écoulement parallèle

Sur la base des observations effectuées, juste ci-dessus, les simplifications suivantes s'imposent :

$$u(x, y) = u(y), \quad v(x, y) = 0 \quad (9)$$

et

$$T(x, y) = C(x - A/2) + \theta(y) \quad (10)$$

Où la constante C qui n'est autre que le gradient horizontal de température, peut être obtenue en intégrant (4) sur le volume de contrôle choisi arbitrairement dans la figure 1 en prenant en compte (5-7) et en raccordant avec la région de l'écoulement parallèle [7], soit :

$$C + a = \text{Re Pr} \int_0^1 u \theta dy \quad (11)$$

Moyennant ceci (1-4) deviennent :

$$\frac{d^3 u}{dy^3} - Ha^2 \frac{du}{dy} = \text{Re Ri} C \quad (12)$$

$$\frac{d^2 \theta}{dy^2} = \text{Pe} C u \quad (13)$$

La résolution de (12) et (13), en tenant compte de (6-7), conduit aux expressions suivantes :

$$u(y) = \frac{E}{w^2 G} [\sinh(w(y - \Omega)) - Gy + \sinh(w\Omega)] + \frac{U_0 - V_0}{G} [\sinh(w(y - \Omega)) + \sinh(w\Omega)] + V_0 \quad (14)$$

$$\theta(y) = \frac{F}{w^3} \left(\frac{E}{w^2 G} + \frac{U_0 - V_0}{G} \right) \left[\begin{array}{l} w \sinh(w(y - \Omega)) + \frac{w^3}{2} \sinh(w\Omega) y^2 \\ - w^2 \cosh(w\Omega) y \end{array} \right] \quad (15)$$

$$- \frac{FG}{6w^2} y^3 + \frac{FV_0}{2} y^2 - by + K$$

Avec :

$$E = \text{Re Ri} C, \quad F = \text{Re Pr} C \quad \text{et} \quad w = Ha$$

$$G = [\sinh(w(1 - \Omega)) + \sinh(w\Omega)]$$

$$\Omega = \frac{1}{2} + \frac{1}{2w} \ln \left[\frac{[2w^2(V_0 - U_0 - wU_0) - E(2+w)]e^{-w} + 2w^2(V_0 - U_0 - wU_0) + E(2-w)}{[-2w^2(U_0 - V_0 - wV_0) - E(2+w)]e^{-w} + 2w^2(U_0 - V_0 - wV_0) + E(2-w)} \right]$$

$$K = \frac{F}{Gw^3} \left(\frac{E}{w^2} + (U_0 - V_0) \right) \left[\begin{array}{l} \cosh(w\Omega) - \cosh(w(1 - \Omega)) \\ - \frac{w^3}{6} \sinh(w\Omega) + \frac{w^2}{2} \cosh(w\Omega) \end{array} \right] + \frac{FE}{24w^2} - \frac{FV_0}{6} + \frac{b}{2}$$

Pour ce qui du transfert de chaleur, l'expression (8) devient :

$$\overline{Nu} = - \frac{1}{C} \quad (16)$$

4. Résultats et discussion

Le problème de la convection mixte au sein de la cavité considérée est gouverné par le rapport d'aspect, A , le nombre de Reynolds, Re , le nombre de Richardson, Ri , le nombre de Prandtl, Pr et le nombre de Hartmann, Ha . Les simulations numériques ont montré qu'à partir de

$A=24$, l'influence du confinement latéral ne se fait plus sentir et l'écoulement garde un aspect parallèle et une stratification thermique dans la région centrale de la cavité, ce qui justifie le choix de cette valeur de A . il en résulte que, pour $Pr = 7$, les paramètres de contrôle de l'étude sont le nombre de Rayleigh ($Ra = Re^2.Ri.Pr$) et le nombre de Hartmann.

Pour déterminer l'effet de l'intensité du champ magnétique, sur la convection mixte avec la présence d'une densité de flux de chaleur uniforme, dans une cavité rectangulaire à parois mobiles, nous avons appliqué un champ magnétique uniforme et constant à l'enceinte considérée selon la direction y . L'effet sur l'écoulement est illustré sur la figure 2 qui représente les trajectoires des lignes de courant (à gauche) et les isothermes (à droite) pour $Ra = 10^3$, et différentes valeurs de $Ha = 1, 10$ et 50 . L'application du champ magnétique horizontale entraîne des changements notables sur les intensités de l'écoulement et du transfert thermique. Lorsqu'on augmente le nombre de Hartmann Ha , l'écoulement garde un aspect parallèle et les lignes de courant se concentrent près des parois. Ce résultat est relié à l'effet de la force de Lorenz $F_{EMX} = -\frac{Ha^2}{Re}u$. Cette force

agit suivant la direction x dans le sens inverse de l'écoulement. On remarque pour le transfert thermique, la stratification dans la majeure partie de cavité avec l'augmentation de Ha .

La figure 3 représente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de nombre de Hartmann à différent nombre de Rayleigh. Pour un nombre de Ra fixe, on observe que lorsque la valeur de Ha augmente, le transfert de chaleur par convection diminue.

On constate que pour un champ magnétique relativement plus élevé est nécessaire pour diminuer le taux de transfert de chaleur.

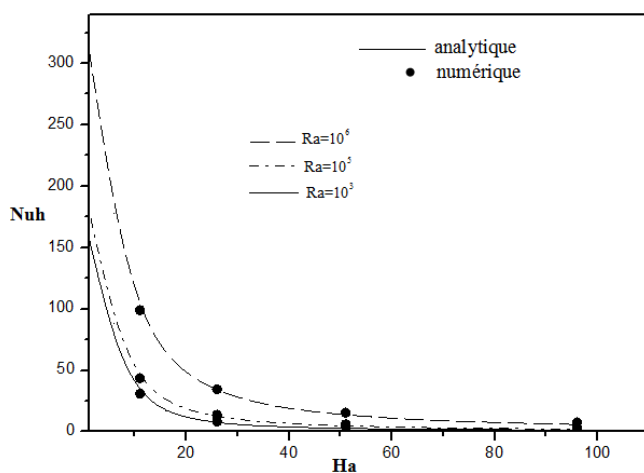


Figure 3: Evolution du nombre de Nusselt moyen de la cavité en fonction du nombre de Hartmann pour différentes valeurs de Ra

5. Conclusion

L'étude numérique et analytique de la convection mixte dans une cavité rectangulaire remplie d'un fluide newtonien ayant $Pr = 7$, en présence d'un champ magnétique, défini par des parois horizontales mobiles et adiabatiques, ainsi, par les parois verticales soumises à une densité de flux de chaleur uniforme. Les résultats obtenus montrent que l'augmentation de nombre Hartmann engendre une diminution sur le transfert de chaleur.

Références

- [1] S. Ray, J. Srinivasan, *Analysis of laminar mixed convection cooling in a shrouded array of electronic components*, Int. J. Heat Mass Transfer 35 (1991) 815–822.
- [2] G.Kefayati, M. Bandy, H. Sajjadi, D.D. Ganji, *Lattice Boltzmann simulation of MHD mixed convection in a lid-driven square cavity with linearly heated wall*, Scientia Iranica B 19 (2012), 1053-1065.
- [3] S. E. Ahmed, M.A. Mansour and A. Mahdy, *MHD mixed convection in an inclined lid-driven cavity with opposing thermal buoyancy force: Effect of non-uniform heating on both side walls*, Nuclear Engineering and Design 265 (2013) 938– 948.
- [4] A.M. Rashad, M.M. Rashidi, Giulio Lorenzini, Sameh E. Ahmed, Abdelraheem M. Aly, *Magnetic field and internal heat generation effects on the free convection in a rectangular cavity filled with a porous medium saturated with Cu–water nanofluid*, Int. J. of Heat and Mass Transfer 104 (2017) 878–889.
- [5] P.Vasseur, M.Hasnaoui, E.bilgen, L.Robillard, *Natural Convection in an Inclined Fluid Layer with a Transverse Magnetic Field: Analogy with a Porous Medium*. Int. J. of Heat and Mass Transfer 117 (1995) 121-129.
- [6] Patankar S. V, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, DC, (1980)
- [7] A. Bejan, *the boundary layer regime in a porous layer with uniform heat flux form the side*, Int. J. Heat Mass Transfer, 26 (1983) 1339-1346.