

CONVECTION NATURELLE DANS UNE CAVITE RECTANGULAIRE: EFFET DE L'ESPACEMENT ET DE LA HAUTEUR RELATIVES DES AILETTES ADIABATIQUES

S. Bekraoui¹, M. Bakkas^{2*}, M. Hasnaoui³, M. Touzani¹

¹Faculté des Sciences et Techniques, BP 509 Boutalamine Errachidia, Maroc

²Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Marjane II, BP 15290 Al Mansour Meknès, Maroc.

³Faculté des Sciences Semlalia, BP 2390, Marrakech Maroc.

Résumé

Le but de ce travail consiste à étudier numériquement la convection naturelle dans une cavité rectangulaire portant des ailettes adiabatiques décalées et montées sur les parois chaude et froide. Pour cela, un modèle numérique basé sur la méthode des volumes finis est utilisé dans cette étude. Le couplage pression-vitesse est assuré par l'algorithme **SIMPLER**. On s'intéresse à la structure de cet écoulement et au transfert de chaleur pour $Pr=0.71$, $10^3 \leq Ra \leq 10^5$ et pour différentes valeurs d'aspect ratio, de la hauteur relative des ailettes et de leur espacement. Les résultats sont présentés en termes du nombre de Nusselt local et moyen, des lignes du courant et des isothermes.

Mots clés : Convection naturelle, méthode numérique, ailettes et transfert de chaleur.

Introduction

Le transfert de chaleur par convection naturelle dans des cavités de type obstruées est un problème dont l'intérêt tant sur le plan fondamental que sur le plan industriel est important. Parmi ces applications, nous pouvons citer : le refroidissement des équipements électroniques, l'industrie des capteurs solaires, la thermique de l'habitat et l'ingénierie nucléaire.

Au cours des dernières années, un grand nombre de recherches expérimentales [1] et numériques [2-3] a été consacré à l'étude du transfert thermique dans des cavités contenant des ailettes. Il ressort des travaux de littérature que très peu d'informations sont disponibles actuellement tant sur le plan numérique qu'expérimental sur la structure d'écoulement se produisant dans une cavité contenant des ailettes adiabatique montées sur les murs différentiellement chauffés.

L'objectif du présent travail consiste à étudier numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée et munie des ailettes adiabatiques.

Formulation mathématique et résolution numérique du problème

Le problème physique considéré dans cette étude est celui d'une cavité rectangulaire verticale munie des ailettes sur les deux parois. La figure 1 représente un dessin schématisant le modèle géométrique et les conditions aux

limites considérées. Les parois horizontales sont considérées adiabatiques de longueur L' , le mur droit de longueur H' est maintenu à une température chaude T'_c et le mur gauche est porté à une température froide T'_f , les ailettes sont considérées adiabatiques de longueur l'_p . L'espacement entre deux ailette successives est h'_p . Le fluide circulant dans la cavité est considéré incompressible, laminaire et bidimensionnel et l'approximation du Boussinesq est supposée vérifiée.

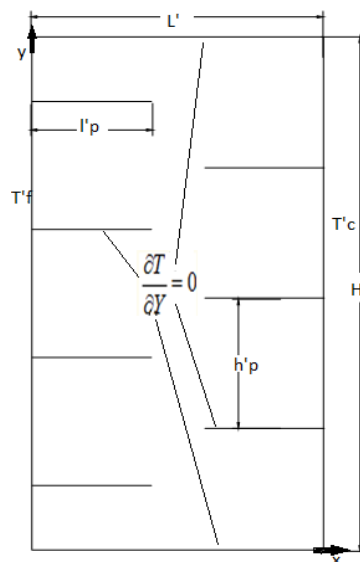


Figure 1 : Configuration géométrique

Les équations de conservation, écrites sous la forme adimensionnelle, sont données par :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra \cdot \text{Pr} \cdot T$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2}$$

Les conditions aux limites associées aux équations sont présentées au niveau de la figure 1.

Le nombre du Nusselt local est donné par :

$$Nu_{loc} = \frac{hL'}{k} = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0}$$

Le nombre du Nusselt moyen est donné par :

$$Nu = \frac{1}{A Q_C} \int_0^A \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} dy$$

Tel que Q_C correspond au transfert de chaleur sur toute la paroi chaude par la conduction pure.

Les paramètres géométriques adimensionnels sont :

$$A = \frac{L'}{H'} ; B = \frac{l'_p}{L'} ; C = \frac{h'_p}{H'}$$

Le modèle numérique utilisé pour résoudre les équations de conservation de notre système est basé sur la méthode des volumes finis en utilisant l'algorithme SIMPLER (Semi Implicit Method for Pressure Links Equation Revised). Un schéma hybride est utilisé pour évaluer les termes convectifs alors que le schéma des différences centrées est utilisé pour les termes diffusifs. Pour la validation de notre programme nous avons comparé les résultats de notre investigation numérique avec [4-5]. Un maillage de 120×1200 pour un ratio d'aspect $A=10$ a été utilisé pour optimiser la relation entre le temps du calcul et la précision.

Résultats et Discussion

Nous envisageons d'analyser dans cette partie l'effet des paramètres géométriques à savoir l'aspect ratio A , la hauteur relative des ailettes B et de leur espacement C . Les résultats sont obtenus en considérant l'air ayant un nombre de Prandtl $Pr=0.71$ et les conditions suivantes: $3 \leq A \leq 10$, $0.25 \leq B \leq 0.75$ et $0.25 \leq C \leq 1$. La figure 2 présente les variations du nombre du Nusselt local pour différentes valeurs de A et B pour $Ra=10^5$. A titre comparatif, le cas limite représentant une cavité rectangulaire sans ailettes est aussi illustré dans chaque diagramme. La figure 2 montre que la hauteur relative des ailettes est un paramètre important affectant le transfert de chaleur. On constate également que le nombre du Nusselt local est généralement croissant le long de la cavité (y croissant). D'autre part on remarque que le gradient de température est une fonction croissante de y . Le nombre du Nusselt local est croissant avec l'augmentation de B en bas de la cavité et décroissant en haut de cette dernière.

Le nombre du Nusselt local présente une variation sinusoïdale pour les différentes valeurs de B dont les extrêmes correspondent aux positions des ailettes. La figure 2 monte généralement un comportement similaire pour différentes valeurs de A mais la variation sinusoïdale du nombre de Nusselt local est plus prononcée pour les grandes valeurs de A .

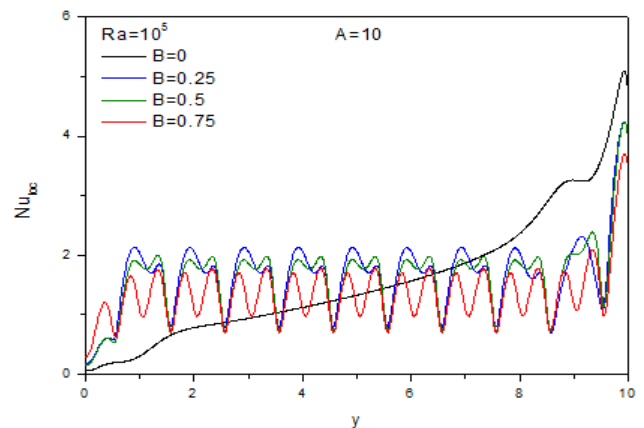
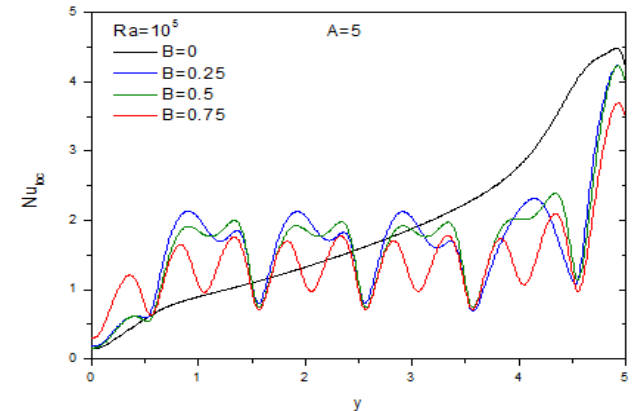
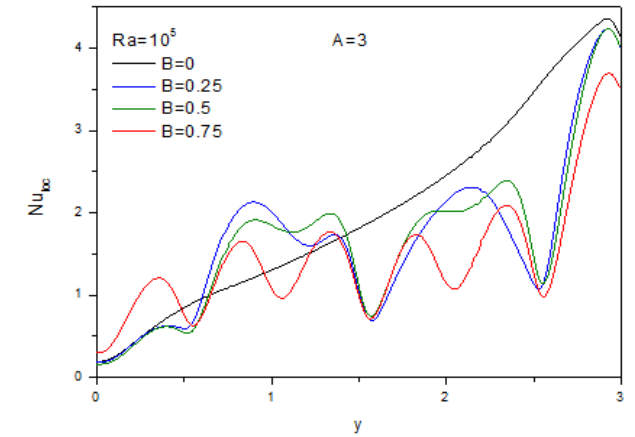


Figure 2 : Variation du nombre de Nusselt local en fonction de y pour $A=3; 5$ et 10 et différents valeurs de Ra et B

Ces résultats peuvent être expliqués en examinant les lignes de courant (à gauche) et les isothermes (à droite) dans la figure 3. Toutes les valeurs de ψ sont positives indiquant que la circulation du fluide est dans le sens des aiguilles d'une montre. La variation sinusoïdale de nombre de Nusselt local est due à la contraction des isothermes dans l'espace sous les ailettes. Les isothermes et les lignes de courant sont identiques au milieu de la cavité par contre la circulation du fluide en bas et en haut de la cavité est différente. Ces observations confirment la variation du Nombre du Nusselt local en fonction de y . la circulation du fluide dans la cavité augmente en réduisant B . Les isothermes présentent une stratification dans la cavité qui devient plus forte dans le cas de $B=1/4$.

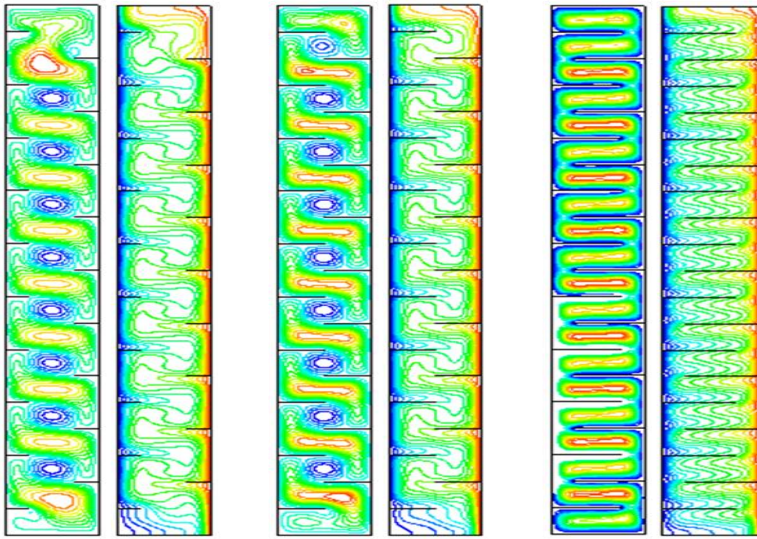


Figure 3 : Lignes du courant et des isothermes pour $Ra=10^5$, $A=10$ et différentes valeurs de B

La figure 4 présente les variations du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'espacement entre les ailettes pour différentes valeurs de B et Ra . On remarque que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de C et que cette augmentation est plus améliorée au nombre de Rayleigh élevé. Le transfert de chaleur par conduction est dominante pour les petites C . la convection devient visiblement dominante en augmentant le paramètre C .

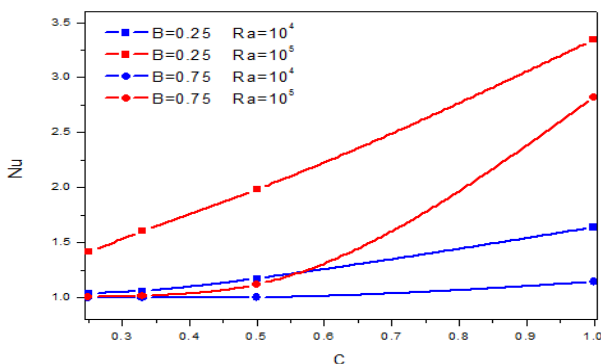


Figure 4 : Variation du nombre de Nusselt moyen pour $A=5$ et différentes valeurs de B et Ra

Conclusion :

Le transfert de chaleur dans une cavité rectangulaire portant des ailettes adiabatiques, décalées et montées sur les parois chaude et froide est étudié numériquement. Nous avons conclu que l'espacement entre les ailettes et leur hauteur

relative sont des paramètres important affectant le transfert de chaleur. En augmentant l'espacement entre les ailettes la convection devient visiblement dominante. Le transfert de chaleur se réduit en augmentant la hauteur relative des ailettes.

References:

- [1] M.Hasnaoui, P. Vasseur, E. Bilgen. Natural convection in rectangular enclosures with adiabatic fins attached on the heated wall. *Wärme - und Stoffübertragung* 27 (1992) pp 357-368
- [2] E Bilgen. Experimental study of massive wall systems with fins attached on the heated wall and with glazing. *Heat and mass transfer* 38(2001) 159-164
- [3] E. K. Lakhal, M. Hasnaoui, E. Bilgen, P. Vasseur. Natural convection in inclined rectangular enclosures with perfectly conducting fins attached on the heated wall. *Heat and Mass Transfer* 32 (1997) 365-373
- [4] G.de Vahl Davis, Natural. convection of air in a square cavity: a bench mark solution. *Int.J.Numer.Methods Fluids* 3 (1983)249-264
- [5] X. Shi, J.M. Khodadadi. Laminar natural convection heat transfer in a differentially heated square cavity due to a thin fin on the hot wall, *ASME J.Heat Transfer* 125 (2003) 623-634