

Algorithme implicite d'ordre élevé pour la modélisation 3D du problème de malaxage observé dans le procédé FSW

SAID MESMOUDI¹, ABDELAZIZ TIMESLI^{1,2} HASSANE LAHMAM¹, BOUAZZA BRAIKAT¹ & HAMID ZAHROUNI³

¹Laboratoire d'Ingénierie et Matériaux LIMAT, Faculté des Sciences Ben M'Sik, Université Hassan II de Casablanca, B.P 7955 Sidi Othman, Casablanca, Maroc.

mesmoudisaïid@gmail.com, b.braikat@gmail.com, lahmam.hassane@gmail.com

²Ecole Nationale des Sciences Appliquées (ENSA), BP 03, Ajdir, Al Hoceima Maroc.

³Laboratoire d'Etude des Microstructures et de Mécanique des Matériaux LEM3, CNRS UMR 7239, Université Lorraine, Metz, Ile du Saulcy, 57045 Metz Cedex 01, France.

Résumé : Dans ce travail, nous proposons une approche sans maillage pour la modélisation numérique tridimensionnelle du procédé de soudage par friction et malaxage utilisé dans l'assemblage des tôles minces. La modélisation proposée est basée sur une méthode sans maillage combinée avec un schéma en temps implicite de type Euler. L'algorithme utilisé dans ce travail est une extension du solveur d'ordre élevé [3] conçu pour la résolution du problème non linéaire modélisant le malaxage de la matière dans le cas bidimensionnel.

Mots clés : Approche sans maillage, MLS, schéma implicite d'Euler, soudage par friction et malaxage (FSW), malaxage tridimensionnel, formulation forte, MAN.

1. Introduction

Le procédé de soudage par friction et malaxage FSW est une technique inventée au sein de l'institut de soudage britannique (TWI) dans le but de souder des tôles minces en alliages d'aluminium sans apport d'énergie. Ce procédé est une alternative des techniques traditionnelles de soudage utilisées dans le domaine industriel. La modélisation numérique du procédé FSW, utilisé en industrie pour l'assemblage des tôles minces à températures de fusion basses, a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche [4,5]. La difficulté majeure dans ces modélisations réside dans la distorsion des éléments finis du maillage pour le cas des grandes déformations, la diffusion numérique liée à l'utilisation des formulations faibles du problème posé ainsi que la prise en compte du couplage thermomécanique dans la loi de comportement du matériau considéré. Plusieurs modèles proposés dans la littérature tiennent compte des trois aspects ; mécanique, thermique et thermomécanique et ce en utilisant les formulations eulérienne et lagrangienne selon le comportement fluide ou solide du matériau considéré lors du procédé FSW.

Dans ce travail, nous proposons d'étendre le domaine d'application de l'algorithme [3] au malaxage

tridimensionnel observé dans le procédé FSW. Cet algorithme est basé sur une formulation forte, une méthode sans maillage (MLS) couplée avec une discrétisation temporelle et des techniques de la Méthode Asymptotique Numérique (MAN). Dans cette modélisation, nous avons adopté pour le matériau à malaxer une loi de comportement de type visco-plastique couplée avec les lois thermiques et ce dans le cas des grandes déformations. L'outil est considéré comme rigide.

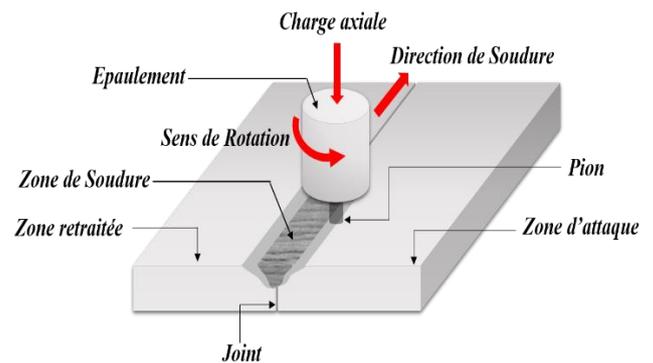


Fig.1 : Illustration du procédé FSW

2. Mise en équations du problème étudié

La formulation forte utilisée dans notre modélisation est basée sur l'équation locale du mouvement, une loi de comportement visco-plastique, la définition de la vitesse de déformation et celle de la vitesse de déformation équivalente et finalement la loi en puissance [3] qui modélise la variation de la viscosité en fonction de la température, soit :

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial U}{\partial t} &= \text{div}(\sigma) \\ \sigma &= 2\mu \dot{\epsilon} + \lambda \text{tr}(\dot{\epsilon}) \\ \dot{\epsilon} &= \frac{1}{2} (\dot{U} + \dot{U}^T) \\ \mu &= \frac{K}{3} T^A \bar{\epsilon}^{d-1} \\ \bar{\epsilon}^2 &= \frac{2}{3} \dot{\epsilon} : \dot{\epsilon} \end{cases} \quad (1)$$

où $\{U\} = \langle u, v, w \rangle$ est le vecteur vitesse, T est la température absolue, σ et $\dot{\epsilon}$ sont respectivement les tenseurs des contraintes et des vitesses de déformation, $\bar{\epsilon}$ est la vitesse de la déformation équivalente, ρ est la

masse volumique, λ est un paramètre de pénalisation qui permet d'imposer la condition d'incompressibilité [5], μ est la viscosité, A , k , et d sont des caractéristiques du matériau.

3. Description de l'algorithme

3.1 Discrétisation temporelle

En introduisant les variables $\alpha = T^A$, $\gamma = \bar{\epsilon}^{d-1}$ et $\varphi = \bar{\epsilon}^2$ et en utilisant le schéma d'Euler implicite, le problème (1) s'écrit sous la forme:

$$\begin{cases} \rho(U^{n+1} - U^n) &= \Delta t \operatorname{div}(\sigma^{n+1}) \\ \sigma^{n+1} &= 2\mu^{n+1} \dot{\epsilon}^{n+1} + \lambda \operatorname{tr}(\sigma^{n+1}) \\ \dot{\epsilon}^{n+1} &= \frac{1}{2}({}^t\bar{\nabla}U^{n+1} + \bar{\nabla}U^{n+1}) \\ \mu^{n+1} &= \frac{k}{3}\alpha \gamma^{n+1} \\ \bar{\epsilon}^{n+1} d\gamma^{n+1} &= (d-1)\gamma^{n+1} d\bar{\epsilon}^{n+1} \\ \varphi^{n+1} &= \frac{2}{3}\dot{\epsilon}^{n+1} : \dot{\epsilon}^{n+1} \end{cases} \quad (2)$$

3.2 Approximation des inconnues par MLS

On introduit tout d'abord le changement de variables en utilisant des incréments par rapport à l'instant précédent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} U^{n+1} &= U^n + \Delta U \\ \sigma^{n+1} &= \sigma^n + \Delta \sigma \\ \dot{\epsilon}^{n+1} &= \dot{\epsilon}^n + \Delta \dot{\epsilon} \\ \mu^{n+1} &= \mu^n + \Delta \mu \\ \gamma^{n+1} &= \gamma^n + \Delta \gamma \\ \varphi^{n+1} &= \varphi^n + \Delta \varphi \end{cases} \quad (3)$$

Les nouvelles inconnues du problème à résoudre sont; ΔU , $\Delta \sigma$, $\Delta \dot{\epsilon}$, $\Delta \mu$, $\Delta \gamma$ et $\Delta \varphi$. En utilisant la méthode des moindres carrés mobiles MLS [1,2], l'inconnue ΔU est approximée en chaque point par:

$$\{\Delta U\} = \sum_{i=1}^N [\Phi_i] \{\Delta U_i\} \quad (4)$$

où $[\Phi_i]$ est la matrice de forme de l'approximation MLS, N est le nombre de nœuds voisins et $\{\Delta U_i\}$ est un vecteur contenant les incréments des vitesses des points voisins. De même, le vecteur incrémental des vitesses de déformation est approximé sous la forme suivante :

$$\{\Delta \dot{\epsilon}\} = \sum_{i=1}^N [\partial \Phi_i] \{\Delta U_i\} \quad (5)$$

avec $[\partial \Phi_i]$ est la matrice des dérivées partielles des fonctions de forme. En injectant l'approximation (4) dans le problème (2), on obtient le problème suivant :

$$[K_T^n] \{\Delta U\} + \{F_Q(\{\Delta U\}, \{\Delta U\})\} = \{F^n\} \quad (6)$$

où $[K_T^n]$ est la matrice tangente évaluée à l'instant $t^n = n\Delta t$, $\{F_Q(\{\Delta U\}, \{\Delta U\})\}$ est une forme quadratique de l'inconnue principale et $\{F^n\}$ est un seconde membre connu à chaque instant t^n .

3.3 Technique d'homotopie

Pour résoudre le problème (6), on considère le problème artificiel suivant :

$$[K^*] \{\Delta W(a)\} + a([K_T^n] - [K^*]) \{\Delta W(a)\} + a\{F_Q(\{\Delta W\}, \{\Delta W\})\} = a\{F^n\} \quad (7)$$

où $[K^*]$ est une matrice arbitraire, « a » est un paramètre sans dimension physique et $\{\Delta W(a)\}$ est l'inconnue du problème modifié (7). Si $a = 1$, l'inconnue du problème (7) coïncide avec celle du problème (6) et si $a = 0$ on obtient $\{\Delta W\} = \{0\}$.

3.4 Développement en série de Taylor

L'inconnue du problème (7) est écrite sous forme de série entière par rapport au paramètre « a » et tronquée à un ordre p donné. En injectant ce développement dans le problème (7), on obtient une séquence de problèmes linéaires qui s'écrivent comme suit :

A l'ordre $p = 1$

$$\begin{cases} [K^*] \{\Delta W_1\} &= \{F^n\} \\ \Delta \sigma_1 &= \lambda \operatorname{tr}(\Delta \sigma_1) \delta + 2\mu^n \Delta \dot{\epsilon}_1 + 2\dot{\epsilon}^n \Delta \mu_1 \\ \Delta \dot{\epsilon}_1 &= \frac{1}{2}({}^t\bar{\nabla} \Delta W_1 + \bar{\nabla} \Delta W_1) \\ \Delta \mu_1 &= \frac{k}{3} \alpha \Delta \gamma_1 \\ \bar{\epsilon}^n \Delta \gamma_1 &= (d-1) \gamma^n \Delta \bar{\epsilon}_1 \\ 2\bar{\epsilon}^k \Delta \bar{\epsilon}_1 &= \frac{4}{3} \dot{\epsilon}^n : \Delta \dot{\epsilon}_1 \\ \Delta \varphi_1 &= 2\bar{\epsilon}^k \Delta \bar{\epsilon}_1 \end{cases} \quad (8)$$

A l'ordre $p \geq 2$

$$\begin{cases} [K^*] \{\Delta W_p\} &= ([K^*] - [K_T^n]) \{\Delta W_{p-1}\} + \{F_p^{nl}\} \\ \Delta \sigma_p &= \lambda \operatorname{tr}(\Delta \sigma_p) \delta + 2\mu^n \Delta \dot{\epsilon}_p + 2\dot{\epsilon}^n \Delta \mu_p + \Delta \sigma_p^{nl} \\ \Delta \dot{\epsilon}_p &= \frac{1}{2}({}^t\bar{\nabla} \Delta W_p + \bar{\nabla} \Delta W_p) \\ \Delta \mu_p &= \frac{k}{3} \alpha \Delta \gamma_p \\ \bar{\epsilon}^n \Delta \gamma_p &= (d-1) \gamma^n \Delta \bar{\epsilon}_p + \Delta \gamma_p^{nl} \\ 2\bar{\epsilon}^k \Delta \bar{\epsilon}_p &= \frac{4}{3} \dot{\epsilon}^k : \Delta \dot{\epsilon}_p + \Delta \bar{\epsilon}_p^{nl} \\ \Delta \varphi_p &= 2\bar{\epsilon}^k \Delta \bar{\epsilon}_p + \Delta \varphi_p^{nl} \end{cases} \quad (9)$$

Afin de réaliser un calcul de suivi de courbe en vue d'obtenir la solution entière jusqu'à un instant donné, on applique la technique de continuation basée sur un critère définissant le domaine de validité donné par :

$$a_{\max} = \left(\delta \frac{\| \{W_p\} \|}{\| \{W_1\} \|} \right)^{\frac{1}{p-1}} \quad (10)$$

où δ est un paramètre de tolérance. Le pré-conditionneur $[K^*]$ est évalué à l'instant $t^n = n\Delta t$ tant que le paramètre du problème artificiel vérifie la condition $a_{\max} \geq 1$. Si cette condition n'est pas satisfaite, on actualise le pré-conditionneur à l'instant précédent qui correspond à $a_{\max} < 1$. Les résultats numériques établis par notre algorithme (ALGO1) sont comparés avec ceux obtenus via un algorithme basé sur les méthodes incrémentales itératives (ALGO2).

4. Application numérique

Dans cette application, on considère une plaque visco-plastique cylindrique de rayon $r_p = 6$ mm et de caractéristiques mécaniques suivantes :

$k = 2.69 \cdot 10^{16} \text{ N.m}^{-2}$, $A = -3.3155$ et $d = 0.1324$,
 $\rho = 2780 \text{ kg/m}^3$. L'outil de soudage est en acier de
masse volumique $\rho_o = 7800 \text{ kg/m}^3$. Le rayon de
l'épaulement est $r_{sh} = 5 \text{ mm}$ et le pion est de rayon $r_p =$
 $6.68 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$. Le domaine occupé par la plaque et
l'outil est discrétisé en 1084 points, la taille du domaine
d'influence est choisie égale à $h_1 = 3dr$ avec $dr =$
 $6.68 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$ qui est la distance entre deux points
voisins. Les valeurs de l'incrément de temps, de l'ordre
de troncature des séries et de la tolérance du critère (10)
sont respectivement : $\Delta t = 5.10 \cdot 10^{-4} \text{ s}$, $p = 15$, $\delta = 10^{-6}$.
Ces problèmes linéaires (8) et (9) sont complétés par des
équations traduisant les conditions aux limites et initiales
données par :

$$\begin{aligned} T(x, y, t) &= T_a \quad \forall \quad x, y, z \text{ et } t \\ \|V(x, y, z, t)\| &= r\omega \quad \text{si} \quad x^2 + y^2 = r \leq r_{sh}^2 \quad (11) \\ \|V(x, y, z, t)\| &= 0 \quad \text{si} \quad z = 0, \quad x^2 + y^2 = r_p^2 \end{aligned}$$

où $\omega = 20 \text{ rad/s}$ est la vitesse de rotation imposée à
l'outil, x , y et z sont des coordonnées cartésiennes et
 $T_a = 300 \text{ K}$ est la température ambiante.

Dans les figures 1 et 2, on visualise les points
d'enregistrement en couleur bleue au niveau de l'outil et
en couleur marron dans le matériau à malaxer. Dans les
figures 3 et 4, on donne l'évolution de la vitesse suivant
les axes x et y aux points test mentionnés dans les
figures 2 et 3.

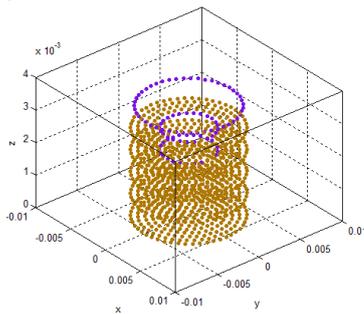


Fig. 2 : Points d'enregistrement en visualisation 3D

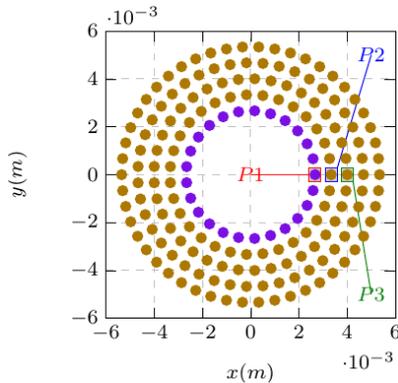


Fig. 3 : Points d'enregistrement en visualisation 2D

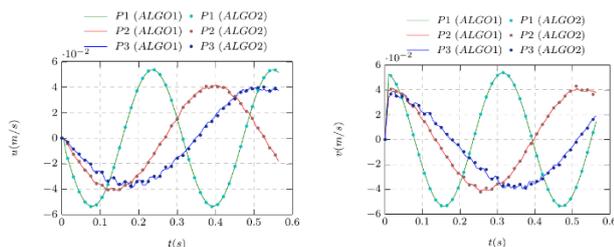


Fig. 4 : Evolution des vitesses u et v au cours du temps
des points considérés.

D'après les figures 4-a et 4-b, les composantes u et v de
la vitesse aux trois points test considérés varient
périodiquement en fonction du temps avec une amplitude
qui diminue au voisinage de l'outil. De même, on
observe un décalage de phase par rapport au point collant
à l'outil. Ces résultats sont réalistes avec le type de
malaxage considéré dans cette application.

5. Conclusion

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à la
modélisation numérique du malaxage tridimensionnel
d'un matériau à comportement visco-plastique à l'aide
d'un outil de forme cylindrique avec épaulement. La
difficulté numérique rencontrée dans les modélisations
existantes dans la littérature réside dans la distorsion des
éléments finis de la discrétisation spatiale due aux
grandes déformations qui apparaissent dans le matériau à
malaxer lors de ce procédé. Pour remédier à cette
difficulté, nous proposons d'utiliser une formulation
forte du problème visco-plastique qui est traitée avec une
méthode sans maillage et ce dans le cadre d'une
description de type lagrangienne. A l'aide d'un exemple
concret de malaxage à l'aide d'un outil considéré ici
comme régide, nous avons obtenu à l'aide de notre
algorithme implicite d'ordre élevé le champ des vitesses
dans le matériau en alliage d'Aluminium. L'analyse de
courbes solutions en trois points test prouvent la fiabilité
de cet algorithme par comparaison avec une méthode
incrémentale itérative. La performance de notre
modélisation se traduit par la réduction du nombre
d'inversions de la matrice tangente grâce au pré-
conditionneur utilisé dans la technique d'homotopie.

Références

- [1]. A. Timesli, B. Braikat, H. Zahrouni, A. Moufki and H. Lahmam. Toward friction stir welding simulation using moving least square technique, in *Proceeding of the 2nd International Conference on Friction Stir Welding and Processing (FSWP 12)*, (2012), 119-121.
- [2]. A. Timesli, B. Braikat, H. Zahrouni, A. Moufki and H. Lahmam. An Implicit Algorithm Based on Continuous Moving Least Square to Simulate Material Mixing in Friction Stir Welding Process, *Modelling and Simulation in Engineering*, 2013(2013), Article ID 716383, 14pages.
- [3]. A. Timesli, B. Braikat, H. Lahmam and H. Zahrouni, A new algorithm based on Moving Least Square method to simulate material mixing in friction stir welding, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 50 (2015) 372-380.
- [4]. S. Gastebois, L. Rourment. Simulation 3D su soudage par friction et malaxage FSW à l'aide d'une formulation ALE, CSM2013.
- [5]. I. Alfaro, L. Fratini, E. Cueto and F. Chinesta. Numerical simulation of friction stir welding by natural element methods. *International Journal of Material Forming*, (2008). 1(1), 10791082.
- [6]. I. Alfaro, L. Fratini, E. Cueto and F. Chinesta. Numerical simulation of friction stir welding by natural element methods. *International Journal of Material Forming*, (2008). 1(1), 10791082.