

ETUDE DE LA CONVECTION NATURELLE TRIDIMENSIONNELLE DANS UN CUBE CHAUFFE PAR UN FLUX DE CHALEUR ET REFROIDIE ISOTHERMIQUEMENT

M. BOUKENDIL, L. EL MOUTAOUAKIL, A. ABDELBAKI, Z. ZRIKEM

Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, Département de Physique, LMFE, Unité affiliée au CNRST (URAC 27), B.P. 2390, Marrakech, Maroc
Auteur correspondant: m.boukendil@uca.ac.ma.

Résumé

Cette étude présente la convection naturelle laminaire 3D induite par un flux de chaleur uniforme imposé sur une paroi verticale d'un cube remplie d'air. La paroi opposée (paroi froide) est maintenue à une température constante. Toutes les autres parois de la cavité sont adiabatiques. L'effet du nombre de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^5$) sur la structure de l'écoulement et les températures du fluide et de la paroi chaude est analysé. Les résultats ont montré qu'en régime de conduction, la température maximale de la paroi chaude est constante alors qu'elle subit une chute importante en régime de convection.

Mots clefs: Simulation numérique tridimensionnelle; Convection naturelle ; Flux imposé

1. Introduction

La convection naturelle bidimensionnelle dans les cavités rectangulaires a fait l'objet de nombreux travaux [1]. Par contre, les travaux dédiés à la simulation tridimensionnelle sont limités [2-4] à cause du temps de calcul et du nombre de degré de liberté (maillage et variables) élevés. Ces travaux ont montré que l'effet des parois supplémentaires est évident même si elles sont considérées parfaitement adiabatiques.

Dans ce travail, on se propose d'étudier la convection naturelle laminaire induite par un flux de chaleur uniforme imposé sur une paroi verticale d'un cube remplie d'air. La paroi opposée (paroi froide) est maintenue à une température constante. Toutes les autres parois de la cavité sont considérées adiabatiques. Dans cette étude, l'effet du nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement et les températures du fluide et de la paroi chaude est analysé.

2. Configuration étudiée

Le problème physique considéré est schématisé sur la figure 1. Il s'agit d'une cavité tridimensionnelle remplie d'air ($Pr = 0.7$) chauffée par un flux de chaleur uniforme q imposé sur sa paroi verticale gauche. La paroi opposée (face verticale droite) est maintenue isotherme à une température froide T_c . Le reste des parois verticales et celles horizontales sont supposées adiabatiques. L'épaisseur L et le flux de chaleur q sont ajustés de telle sorte que

l'écoulement reste laminaire et stable dans la cavité $10^2 \leq Ra = g\beta qL^4 / k\alpha\nu \leq 10^5$. Le rayonnement de surface n'est pas pris en considération. Le fluide est supposé newtonien et incompressible. Les propriétés thermophysiques sont supposées constantes sauf pour la masse volumique dans le terme de poussée où l'approximation de Boussinesq est adoptée.

Pour le champ dynamique :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} + U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) + \theta \quad (4)$$

Pour le champ thermique :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{1}{\sqrt{PrRa}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right) \quad (5)$$

Les grandeurs adimensionnelles sont liées à celles dimensionnelles par :

$$(X, Y, Z) = \frac{(x, y, z)}{L}, (U, V, W) = \frac{(u, v, w)}{L\sqrt{g\beta q/k}}, \theta = \frac{k}{qL} (T - T_c) \quad (6)$$

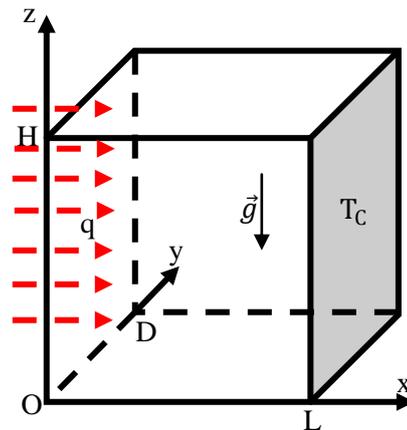


Fig.1. Configuration étudiée

3. Procédure numérique et validation

Pour intégrer les équations (1-5), la méthode des volumes finis a été employée en se basant sur le schéma

d'interpolation Quick du troisième ordre. L'algorithme de résolution est basé sur le coupleur des équations de pression SIMPLE. Le maillage adopté dans cette étude se compose de $42 \times 42 \times 42$ volumes de contrôle.

La validité du code de calcul développé a été testée en confrontant les résultats obtenus avec ceux disponibles dans la littérature. Le tableau 1 montre que les nombres de Nusselt fournis par le code de calcul utilisé pour le cas d'une cavité tridimensionnelle différentiellement chauffée sont en très bon accord avec ceux disponibles dans la littérature avec un écart maximal inférieur à 1.2 %. Par ailleurs, les profils de vitesse tracés pour $Ra=10^5$ sur les figures 2 (a-b) montrent une excellente concordance avec ceux obtenus par Fusegi et al [4].

		[2]	[3]	Présent travail
Ra	10^3	1.071	1.070	1.070
	10^4	2.057	2.054	2.051
	10^5	4.353	4.337	4.336

Tableau. 1 Validations en termes de Nu_C pour différents Ra

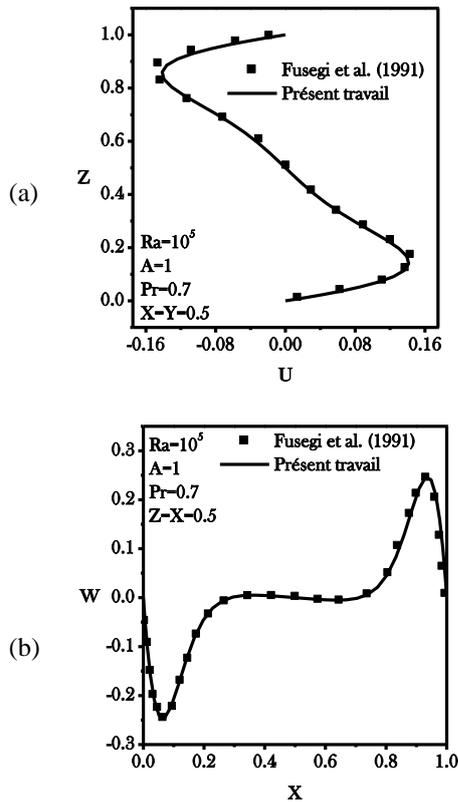


Fig. 2. Profils de vitesse pour $Ra=10^5$:
(a) $U(X=0.5, Y=0.5, Z)$ (b) $W(X, Y=0.5, Z=0.5)$

4. Résultats et discussion

Les isothermes obtenues pour différents nombres de Rayleigh sont présentées sur les figures 3a, 3b et 3c. Pour $Ra = 10^3$, ces lignes sont presque parallèles aux parois actives de la cavité indiquant que les transferts thermiques dans le cube sont dominés par la conduction. Mais, pour des Rayleigh élevés ($10^4 \leq Ra \leq 10^5$), les isothermes

s'approchent de la paroi froide en haut du domaine et de celle chaude en bas de la cavité. Cela indique que la température de l'air croit en partant de la paroi horizontale inférieure vers celle supérieure. Vu la nature différente des conditions imposées sur les deux parois actives, les isothermes peuvent toucher la paroi chaude sur sa partie inférieure alors qu'elles gardent une certaine distance de celle froide.

L'effet du nombre de Rayleigh sur les profils de vitesse et de température adimensionnelles obtenus à mi-hauteur ($Z=0.5$) et à mi-profondeur ($Y=0.5$) de la cavité est illustré sur les figures 4a et 4b, respectivement. Ces figures montrent qu'en passant de $Ra = 10^3$ à 10^5 , la valeur maximale de la vitesse telle qu'elle est adimensionnalisée dans cette étude (Equation 6) est pratiquement la même. Par contre, la zone où V subit des variations importantes s'approchent des parois actives de la cavité au fur et à mesure qu'on augmente Ra. Cela indique qu'en régime de convection, des couches limites se développent le long des parois actives de la cavité. La température du fluide et celle de la paroi chaude diminuent rapidement lorsque Ra croit. Cela est dû au refroidissement de la paroi chaude par l'air qui circule de plus en plus vite au fur et à mesure que Ra augmente. En régime de conduction ($Ra = 10^3$), la température décroît linéairement de la paroi chaude à la paroi froide alors qu'en régime de convection ($Ra = 10^5$), la température ne subit des variations importantes qu'au voisinage immédiat de ces parois.

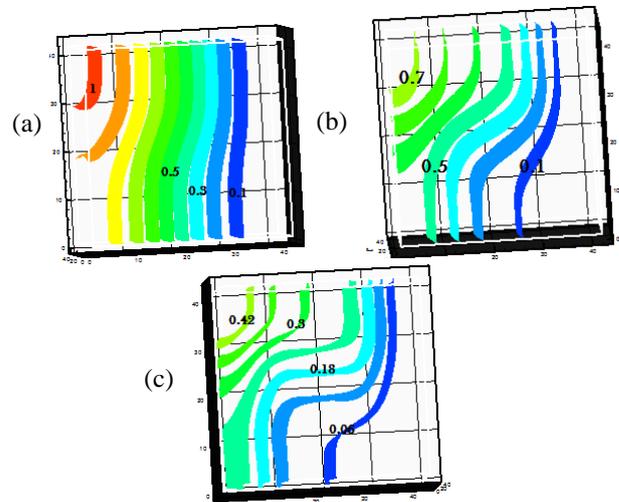


Fig. 3. Isothermes: (a) $Ra = 10^3$ (b) $Ra = 10^4$ (c) $Ra = 10^5$

L'effet de la hauteur Z sur les profils de température et de vitesse obtenus à mi-profondeur de la cavité est illustré pour $Ra = 10^5$ sur les figures 5a et 5b, respectivement. Sur ces figures, on voit que la vitesse maximale de l'air diminue en s'éloignant de la médiane $Z=Y=0.5$ de la cavité. Ce ralentissement de l'air observé en haut et en bas de la cavité pour $Ra = 10^5$ est causé par les parois horizontales passives. Par contre, on observe sur la figure 5b que la température de l'air augmente en s'approchant de la paroi horizontale supérieure et diminue dans la partie inférieure

de la cavité. Cela est attribué à la distorsion des isothermes en haut et en bas de la cavité (figure 3).

L'évolution de la température maximale (toujours atteinte au niveau de la paroi chaude) dans la cavité en fonction du nombre de Rayleigh est donnée sur la figure 6. Cette figure montre qu'en régime de conduction ($Ra \leq 10^3$), la température adimensionnelle maximale est

pratiquement égale à 1. Cela est dû aux isothermes qui dans cette intervalle restent parallèles aux parois actives de la cavité. A partir de la valeur limite $Ra = 10^3$, la température maximale au niveau de la paroi chaude entame une décroissance linéaire pour atteindre des valeurs trop faibles pour des Ra élevés.

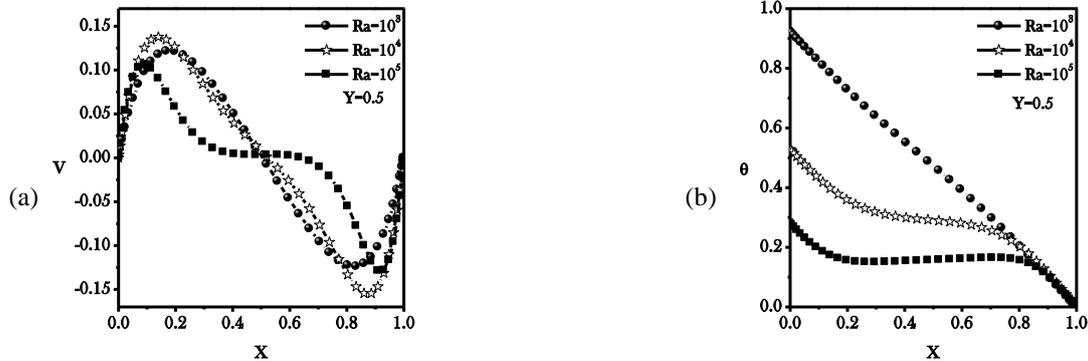


Fig. 4. Profil de vitesse (a) et de température (b) en $Y=Z=0.5$ pour différents Ra

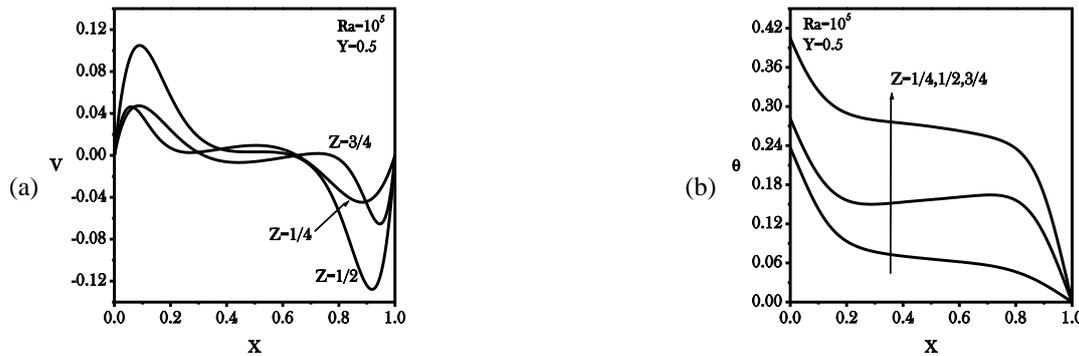


Fig. 5. Profil de vitesse (a) et de température (b) en $Y=0.5$ pour $Ra = 10^5$ et différentes hauteurs Z

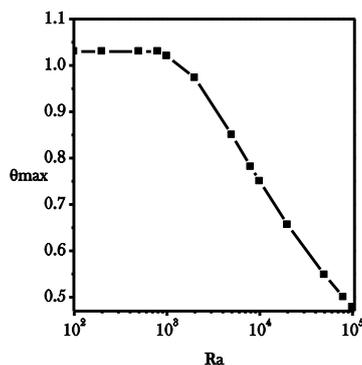


Fig. 6. Profil de θ_{\max} en fonction de Ra

5. Conclusion

La méthode des volumes finis a été utilisée pour étudier la convection naturelle laminaire ($10^3 \leq Ra \leq 10^5$) tridimensionnelle de l'air ($Pr = 0.7$) dans un cube chauffée par un flux de chaleur uniforme et refroidie isothermiquement.

Il a été trouvé que pour $Ra = 10^3$, les isothermes sont parallèles aux parois actives verticales alors qu'en régime de convection, elles s'approchent de la partie supérieure de la paroi froide et touchent celle inférieure de la paroi

chaude. La température maximale atteinte sur la paroi chaude et constante en régime de conduction et chute rapidement au-delà de $Ra = 10^3$.

Références

- [1] A. Bairi, E.Z. Pernia and J.M.G. de Maria, *A review on natural convection in enclosures for engineering applications. The particular case of the parallelogrammic diode cavity*, Applied Thermal Engineering, vol. 63, (2014) 304-322.
- [2] R.L. Frederick and S.G. Moraga, *Three-dimensional natural convection in finned cubical enclosures*, International Journal of Heat and Fluid Flow, vol.28, (2007) 289-298.
- [3] E. Tric, G. Labrosse and M. Betrouni, *A first incursion into the 3D structure of natural convection of air in a differentially heated cubic cavity, from accurate numerical solutions*, International Journal Heat Mass Transfer, vol.43, (2000) 4043-4056.
- [4] T. Fusegi, J.M. Hyun, K. Kuwahara and B. Farouk, *A numerical study of three-dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure*, International Journal Heat Mass Transfer vol.34 (1991) 1543-1557.