

CONVECTION NATURELLE ENGENDREE PAR UN CHAUFFAGE PARTIEL EN PRESENCE D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE

I. Filahi¹, M. Hasnaoui¹, A. Amahmid¹ et M. Bourich²

¹. FSSM.Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, Département de Physique, LMFE, Unité affiliée au CNRST (URAC 27), B.P. 2390, Marrakech, Maroc

². École Nationale des Sciences Appliquées de Marrakech, Université Cadi Ayyad, Maroc
ismail.filahi@gmail.com, hasnaoui@uca.ac.ma¹, amahmid@uca.ac.ma, bourich71@gmail.com

¹ Auteur correspondant

Résumé

On étudie l'effet d'un champ magnétique sur la convection thermique dans une cavité carrée remplie d'un fluide électriquement conducteur (gallium liquide ; $Pr = 0.025$). La paroi verticale gauche est localement chauffée par un flux de chaleur uniforme et la paroi verticale droite est refroidie en fixant sa température à T_f . Les parois horizontales et les portions non chauffées de la paroi verticale gauche sont adiabatiques. Le fluide confiné subit l'influence d'un champ magnétique externe, incliné par rapport au plan horizontal. Les paramètres de l'étude sont les nombres de Rayleigh, Ra , de Hartmann, Ha , et l'inclinaison θ du champ magnétique.

Mots clefs: *Convection naturelle, Champ magnétique, Transfert de chaleur, Simulation numérique.*

1. Introduction

De nos jours, les monocristaux sont devenus un produit clé dans de nombreuses industries à haute technologie, en particulier celles des secteurs informatiques, électroniques, optiques et des systèmes de communication. La croissance des cristaux se fait par dépôt ordonné sur un germe des constituants du cristal en phase liquide ou gazeuse. La croissance cristalline est accompagnée d'un transport de masse et de chaleur durant la phase de solidification qui nécessite des conditions stables lors de ces transports. Ainsi, toute perturbation de vitesse de transport conduit à des variations de température ou de concentration, affecte la morphologie et la ségrégation des impuretés. De ce fait, la convection naturelle impliquant des fluides à faibles nombres de Prandtl est un phénomène d'une extrême importance dans plusieurs techniques de croissance des cristaux destinés à la réalisation des semi-conducteurs. Ce phénomène (la convection) est nuisible car il favorise la formation des défauts dont la répercussion est négative sur la qualité des semi-conducteurs. Les techniques de Bridgman [1] et de Czochralski [2], utilisées pour la croissance des cristaux, n'éliminent pas ces défauts à cause des mouvements résiduels dans la masse fendue [3].

Pour contrôler ces transports et éliminer les instabilités, l'une des solutions envisagées, est l'application d'un champ magnétique. Il est bien connu que l'écoulement d'un fluide électriquement conducteur en présence d'un champ magnétique donne naissance à un courant électrique induit qui réagit avec ce champ magnétique pour créer une force appelée la force de Laplace (force de Lorentz). Cette force s'oppose à la cause qui lui a donné naissance, d'où son effet stabilisant sur l'écoulement si son intensité est suffisante.

Hof et al. [4] ont présenté les résultats d'une étude expérimentale sur l'atténuation magnétohydrodynamique de la convection dans une cavité rectangulaire remplie de gallium. Ils ont étudié la suppression de la convection par l'application d'un champ magnétique dans les trois directions. Récemment, les écoulements MHD ont été abordés numériquement par plusieurs auteurs [5-8] qui ont montré une réduction importante de l'intensité de l'écoulement qui accompagne l'augmentation du nombre de Hartmann. Le fluide peut même retourner à l'état de repos si la valeur du nombre de Hartmann dépasse une certaine valeur seuil (qui dépend de plusieurs facteurs).

Dans la présente étude on traite numériquement la convection MHD dans une cavité carrée dont une paroi verticale est chauffée localement à l'aide d'un flux de chaleur uniforme et la paroi opposée est maintenue à une température froide constante.

2. Problème physique et modèle mathématique

La configuration étudiée est schématisée par la figure 1. C'est une cavité carrée remplie d'un fluide Newtonien incompressible, électriquement conducteur (gallium liquide $Pr = 0.025$), chauffée latéralement et localement à par un flux de chaleur uniforme, de densité q (W/m^2) et refroidie via sa paroi verticale droite en imposant sa température à T_f . Les éléments restants (éléments non chauffés) de la paroi gauche et les parois horizontales sont considérés adiabatiques. Le fluide au sein de la cavité est soumis à un champ magnétique externe, incliné par rapport au plan horizontal.

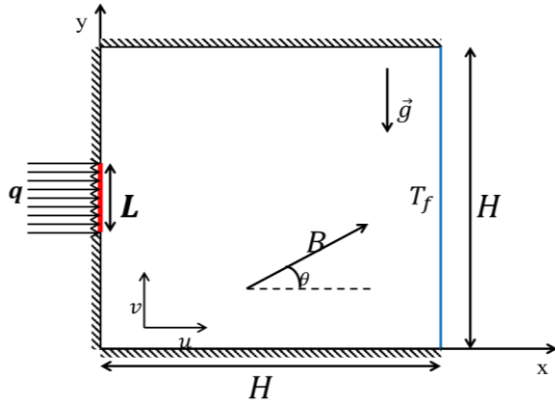


Figure 1. : Configuration étudiée.

Les équations régissant la convection naturelle en présence d'un champ magnétique sont déduites des lois générales de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie dans un volume de contrôle élémentaire et des équations de transfert de charge électrique (loi d'ohm et conservation de charges électriques). Ces équations ont été obtenues moyennant des hypothèses simplificatrices habituellement utilisées dans des études similaires. Le système résultant en formulation vorticité-fonction de courant s'écrit :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = Pr \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) - Ra \cdot Pr \cdot \frac{\partial T}{\partial X} + Ha^2 Pr \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \sin(2\theta) + \frac{\partial V}{\partial X} \cos^2(\theta) - \frac{\partial U}{\partial Y} \sin^2(\theta) \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \quad (3)$$

Avec $Ra = \frac{g\beta q H^4}{\alpha \vartheta k}$, $Ha = B \cdot H \sqrt{\sigma/\mu}$ et $Pr = \vartheta/\alpha$ désignant respectivement les nombres de Rayleigh, de Hartmann et de Prandtl.

3. Méthode numérique et validation

La méthode numérique utilisée est une méthode aux différences finies classique à convergence rapide et bien adaptée aux problèmes qui nécessitent le suivi du comportement transitoire de la solution lors de son évolution dans le temps vers son état établi (stationnaire ou autre). Le code a été validé avec succès en comparant nos résultats avec ceux de Taghikhani [9] qui a étudié numériquement un problème de convection naturelle en présence d'un champ magnétique externe et d'une génération interne. Les résultats comparatifs présentés dans le tableau 1 en termes de ψ_{max} montrent une différence maximale de 1.60.

Tableau.1 : Validation du code numérique.

Ra	Ha	ψ_{max}		Erreur(%)
		Nos résultats	Taghikhani [9]	
10 ⁵	0	2.3331	2.3075	1.11
	50	0.15931	0.15926	0.03
	100	0.043121	0.043171	0.12
	200	0.011255	0.011301	0.41
	300	0.0051032	0.0051045	0.03
	500	0.0018885	0.0018587	1.60
10 ⁶	0	6.496	6.4695	0.41
	50	1.493	1.4913	0.11
	100	0.42844	0.42893	0.11
	200	0.11250	0.11296	0.40
	300	0.05102	0.051033	0.01
	500	0.01888	0.018586	1.60

4. Résultats et discussions

4.1 Effets conjugués de Ra et Ha pour $\theta = 0^\circ$.

Pour $Ha = 0$, la figure 2a montre que l'intensité de l'écoulement est faible (faible vitesse de circulation du fluide) et les lignes périphériques de la cellule sont quasiment parallèles aux parois de la cavité. Cependant, ces lignes subissent des déformations pour devenir quasiment circulaires dans la partie centrale de la cavité. Les isothermes correspondantes montrent un mode d'écoulement dominé par la conduction puisque les lignes des isothermes sont caractérisées par des déformations qui faiblissent en s'éloignant de la paroi chauffée pour devenir quasiment parallèles à la paroi froide dans le voisinage immédiat de celle-ci. En augmentant le nombre de Rayleigh externe (paramètre qui caractérise la force de poussée) à 10^4 et 10^5 , la figure 2 montre que cette augmentation est accompagnée par une intensification de l'écoulement, un resserrement des isothermes dans la partie supérieure de la paroi froide et une tendance à la stratification du champ de température dans la partie centrale de la cavité.

Pour $Ha = 50$, des changements qualitatifs et quantitatifs importants sur l'intensité et la structure de l'écoulement sont observés sur la figure 2b. En effet, même si la structure de l'écoulement reste monocellulaire en présence du champ magnétique, la forme de la cellule change et prend une allure de plus en plus carrée pour les lignes périphériques et de plus en plus ovale pour les lignes internes. De plus l'emplacement de ψ_{max} change également ; il se déplace vers la partie supérieure de la cavité tout en s'approchant légèrement de la paroi refroidie à mesure que Ra augmente. L'intensité de l'écoulement subit une sévère détérioration par comparaison aux intensités de la figure 2a enregistrées en l'absence du champ magnétique. Conséquemment, les isothermes correspondantes montrent un relâchement plus manifeste dans les zones à forts gradients thermiques et une tendance vers un alignement vertical dans la partie centrale de la cavité.

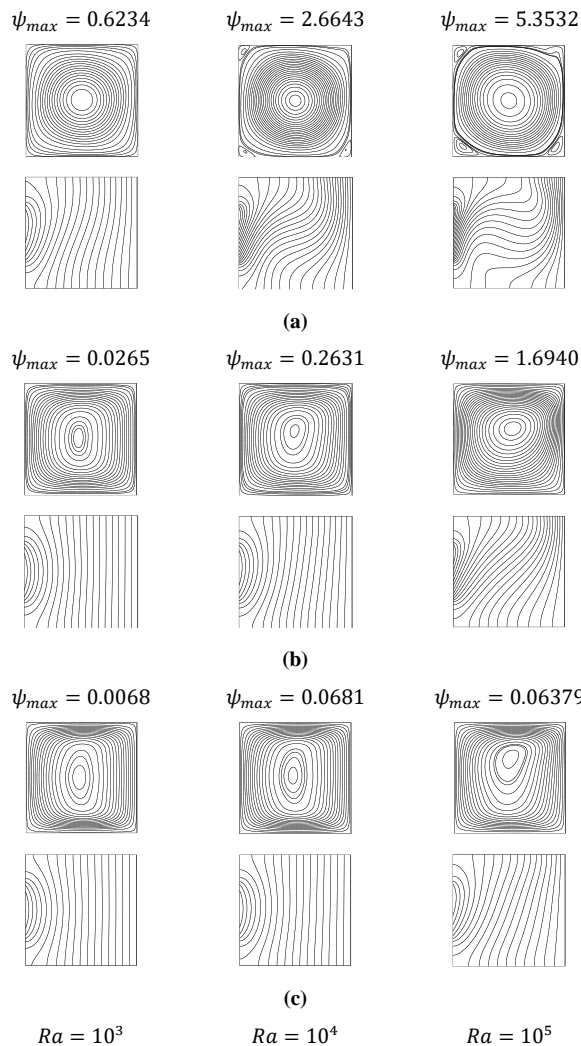


Figure 3: Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) pour $\theta = 0$ et différentes valeurs de Hartmann : (a) 0 , (b) $Ha = 50$ et (c) $Ha = 100$.

La tendance décrite précédemment s'accroît davantage en augmentant la valeur de Ha à 100 comme le montre la figure 2c. En effet, l'augmentation de Ha finit par vaincre l'effet de la force de poussée pour ramener l'écoulement vers un état proche du repos. En fait, les intensités enregistrées sont très faibles (ψ_{max} tend vers 0), les lignes d'isothermes sont de plus en plus verticales et parallèles (du moins pour $Ra < 10^5$) à la paroi froide dans la moitié droite de la cavité et elles sont de plus en plus courbées et symétriques par rapport au plan horizontal médian à mesure qu'on s'approche de la portion soumise au flux thermique. On notera aussi que, les valeurs de Ha nécessaires pour ramener le fluide à l'état de repos augmentent avec Ra .

4.2 Effet de l'angle d'inclinaison du champ magnétique

L'influence de l'angle d'inclinaison du champ magnétique sur la structure de l'écoulement et son intensité est illustrée sur la figure 3 pour $Ra = 10^6$, $Ha = 50$ et différentes valeurs de θ ; $\theta = 0$ (cas déjà traité), $\theta = \pi/4$ et $\theta = \pi/2$ (une autre orientation limite). Les figures présentées

montrent que l'orientation du champ magnétique a un effet qualitatif important sur la structure de l'écoulement. En effet, l'augmentation de θ engendre une déformation de la forme de la cellule et déplace son centre vers le coin droit inférieur de la cavité. Cependant, sur le plan quantitatif, l'intensité de l'écoulement est à peine sensible aux variations de l'inclinaison du champ magnétique.

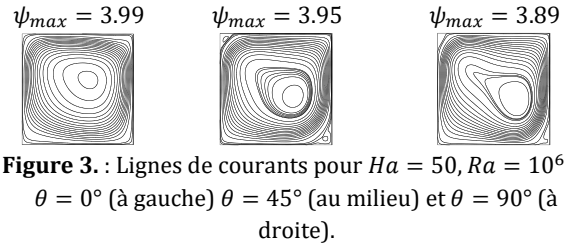


Figure 3. : Lignes de courant pour $Ha = 50$, $Ra = 10^6$ et $\theta = 0^\circ$ (à gauche) $\theta = 45^\circ$ (au milieu) et $\theta = 90^\circ$ (à droite).

5. Conclusion

Les résultats présentés montrent un effet qualitatif et quantitatif des paramètres de contrôle (Ra , Ha et θ) sur la structure de l'écoulement et la distribution de la température au sein de la cavité. Leurs combinaisons peuvent conduire à des comportements spécifiques nécessitant un approfondissement des investigations.

Références

- [1] J.J. Favier, Recent advances in Bridgman growth modeling and fluid flow, *J. Cryst. Growth*, vol. 99 (1990) 18–29.
- [2] V. Prasad, H. Zhang, A.P. Anselmo, Transport phenomena in Czochralski crystal growth processes, in: J.P. Harnett, T.F. Irvine Jr. (Eds.), *Advances in Heat Transfer*, Academic Press, San Diego, 1997, pp. 313–435
- [3] A.W. Vere, *Crystal Growth: Principles and Progress*, Plenum, New York, 1987, pp. 67–88.
- [4] B. Hof, A. Juel, T. Mullin, “Magnetohydrodynamic damping of convection flows in molten gallium”, *J. Fluid Mech*, vol. 482, pp. 163–179, 2003.
- [5] A. Mahmoudi, I. Mejri, M.A. Abbassi et A. Omri, “Analysis of MHD natural convection in a nanofluid-filled open cavity with non uniform boundary condition in the presence of uniform heat generation/absorption”, *Powder Technology*, vol. 269, pp.275–289, 2015.
- [6] P.X. Yu, J.X. Qiu, Q. Qin, Z.F. Tian, “Numerical investigation of natural convection in a rectangular cavity under different directions of uniform magnetic field”, *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol. 67, pp. 1131–1144, 2013.
- [7] M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, S. Soleimani, Natural convection heat transfer in a cavity with sinusoidal wall filled with CuO–water nanofluid in presence of magnetic field, *J. Taiwan Inst. Chemical Eng.*, vol. 45, pp. 40–49, 2014.
- [8] C. Maatki, L. Kolsi, H. Oztop, A. Chamkha, M.N. Borjini, H. Ben Aissia et K. Al-Salem, “Effects of magnetic field on 3D double diffusive convection in a cubic cavity filled with a binary mixture”, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, vol. 49 pp. 86–95, 2013.
- [9] M.A. Taghikhani, “Magnetic Field Effect on Natural Convection Flow with Internal Heat Generation using Fast Ψ - Ω Method”, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, vol. 8, No. 2, pp. 189–196, 2015.