# Etude de l'Effet de Rapport de Forme Sur les Transferts Thermiques Convectifs et Radiatifs au Sein d'un Triangle Contenant une Source Chaude

### A. AMRANI<sup>1\*</sup>, N. DIHMANI<sup>1</sup>, S. AMRAQUI<sup>1</sup>, A. MEZRHAB<sup>1</sup>

1. Université Mohammed 1, Faculté des Sciences, Laboratoire de Mécanique & Energétique, 60000 Oujda, Maroc. \*(auteur correspondant : am.abdelillah@gmail.com)

#### Résumé

Dans ce papier, des simulations numériques ont été réalisées pour étudier l'effet de rapport de forme sur le transfert de chaleur convectif naturel et le rayonnement surfacique d'un corps rectangulaire chauffé dans une enceinte triangulaire. Les équations couplées de Navierstockes et d'énergie sont résolues en utilisant la méthode des volumes finis. Le couplage vitesse-pression est assuré par l'algorithme SIMPLER. Le fluide utilisé dans cette étude est de l'air sec (Pr=0.71). Les échanges radiatifs se font que par des parois solides. Les paramètres physiques qui caractérisent le problème et qui influencent sur le transfert de chaleur sont le rapport de forme A et le nombre de Rayleigh Ra. Les résultats sont présentés en termes d'isothermes, de lignes de courant et de nombre moyen de Nusselt.

#### 1. Introduction

L'étude des transferts de chaleur par convection naturelle dans des géométries triangulaire se manifeste dans plusieurs domaines de recherche tels que: l'efficacité énergétique et l'isolation thermique dans le secteur des bâtiments, les énergies renouvelables (application d'énergie solaire), ainsi que les équipements industriels [1-3]. Dans ce contexte, La première étude expérimentale a été effectuée en 1979 par Flack *et al.* [4]. Il a mesuré expérimentalement les transferts de chaleur dans le cas d'un triangle formé par deux parois latérales chauffées et refroidies et un fond adiabatique. Il a traité le cas de plusieurs rapports de forme variant entre 0,29 et 0,87 et pour différentes valeurs de nombre de Grashof. Ses résultats ont montré qu'il y a une influence de proximité des deux parois latérales sur l'écoulement thermique.

Dans ces dernières années, le comportement thermique en mode de convection naturelle dans des géométries triangulaires partitionnées ou munies de bloc a suscité l'intérêt de plusieurs chercheurs. A cet égard, Y.Varol [5] a utilisé la méthode des différences finies pour traiter le cas d'un triangle droit muni d'un bloc rectangle chaud. Une température froide est maintenue au niveau de l'hypoténuse et les parois restantes sont adiabatiques. Les résultats trouvés montrent que la variation de la taille et la position du bloc, ainsi que le rapport de forme du triangle ont un impact sur le comportement thermique à l'intérieure de l'enceinte étudiée.

Pour mieux comprendre le comportement des échanges de chaleur, la prise en compte des transferts thermiques à travers les surfaces radiatives est nécessaire. Ces dernières se manifestent dans l'analyse des différentes géométries y compris les cavités carrées traitées par Y. Liu [6], il a prédit l'impact d'un bloc chauffé introduit et fixé au centre de l'enceinte dont les parois verticales sont maintenues à des températures différentielles, alors que les parois horizontales sont adiabatiques. Ses résultats prouvent une résistance de l'élément étudié à la chaleur transférée entre les murs chauffés différemment. L'objectif de notre travail est de mettre en exergue l'effet de variation de rapport de forme d'un triangle muni d'un bloc chauffant sur les transferts de chaleur par convection naturelle et rayonnement surfacique crées au sein de l'enceinte étudiée.

## 2. Enceinte étudiée, formulation mathématique et numérique du problème

La géométrie étudiée (figure1) est un triangle droit dont la paroi verticale et de base sont considérées adiabatiques, par contre, l'hypoténuse est conservée à une température froide Tc. Ce triangle est muni d'un bloc de forme rectangulaire de hauteur  $h^*$  et de largeur  $w^*$ , il est maintenue à une température chaude Th. Le fluide circulant dans le triangle est de l'air sec (Pr = 0.71).

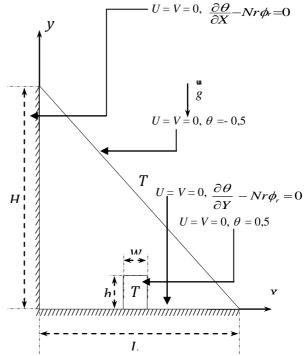


Figure 1 : Géométrie triangulaire muni d'un corps rectangulaire et conditions aux limites

Nous avons supposé que l'écoulement est bidimensionnel, laminaire et incompressible. Les propriétés physiques du fluide circulant à l'intérieur de l'enceinte étudiée, à part sa densité, sont considérées constantes et prises à la température moyenne  $T_0$  (approximation de Boussinesq).

Les équations de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont données par :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{1}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \lambda Pr\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)$$
(2)

$$U\frac{\partial V}{\partial X} + V\frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \lambda Pr\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) + Ra Pr \theta$$
 (3)

$$U\frac{\partial\theta}{\partial X} + V\frac{\partial\theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}\right)$$
(4)

Une étude effectuée concernant la sensibilité du maillage nous a permis de retenir un maillage de l'ordre de 120×120 qui nous permis d'avoir un meilleur compromis entre l'exactitude des résultats et le temps d'exécution du code numérique, ce choix est basé sur la différence entre les valeurs du nombre de Nusselt moyen et de la fonction de courant maximale obtenue pour les maillages 120 × 120 et 160 × 160. En outre le maillage utilisé est non uniforme et fin au voisinage des parois du bloc qui permet d'avantage l'augmentation de la résolution au niveau des couches limites. Le code numérique que nous avons élaboré pour la résolution des équations de base a été validé en prenant comme référence les résultats présentés par Dihmani et al. [7].

#### 3. Résultats et discussion

#### 3.1. Isothermes et lignes de courant

La figure 2 montre l'effet du rapport de forme A sur les échanges convectifs et radiatifs dans l'enceinte étudiée équipée d'un corps de dimensions  $h^* = 1/6$  et  $w^* = 1/6$ . Pour cette étude nous avons fixé le nombre de Rayleigh Ra à  $10^5$ .

Dans le cas de la convection naturelle pure, et pour des rapports de forme élevés ( $A \ge 0.75$ ), les isothermes sont soumises à une distorsion au dessus de la paroi horizontale du corps. Pour des faibles valeurs de rapport de forme ( $A \le 0.5$ ), une régression de cette distorsion est observée et les isothermes deviennent parallèles au dessus du corps.

Dans le cas du rayonnement, les mêmes remarques sont notées, sauf pour le rapport de forme A=1 où les premières lignes des isothermes sont parallèles avec la paroi horizontale du corps étudié. Il est perceptible aussi que ces derniers sont inclinées sur les parois adiabatiques du triangle dans ce cas tandis qu'elles sont perpendiculaires dans le cas de la convection.

Concernant les lignes de courant, en absence du rayonnement thermique, le nombre des zones circulaires principales augmente avec la diminution du rapport de forme où quatre zones tourbillonnaires entourent le corps pour A = 0.25.

En présence du rayonnement thermique, pour A=1, trois zones circulaires sont répartis sur les trois angles constituants le triangle, deux entre elles forment une seule zone circulaire principale tout au long de l'hypoténuse. Pour A=0.25, six zones circulaires s'étalent sur l'ensemble de la géométrie étudiée.

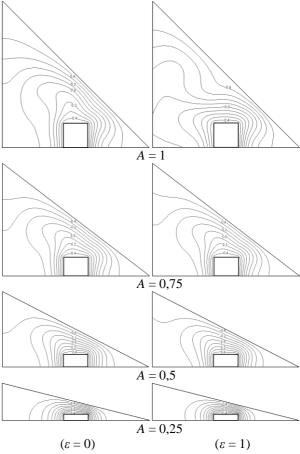
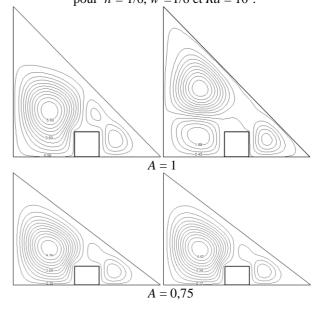


Figure 2.a: Effet du rapport de forme sur les isothermes pour h = 1/6, w = 1/6 et  $Ra = 10^5$ .



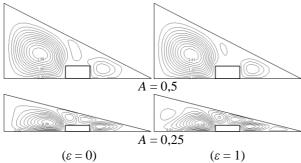


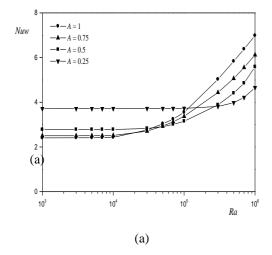
Figure 2.b: Effet du rapport de forme sur les lignes de courant pour  $h^* = 1/6$ ,  $w^* = 1/6$  et  $Ra = 10^5$ .

#### 3.2. Transfert de chaleur

La figure 3 présente la variation du nombre de Nusselt moyen Nuw en fonction du nombre de Rayleigh variant de  $10^3$  à  $10^6$  dans le cas de la convection naturelle pure et celle combinée du rayonnement thermique, pour différent rapport de forme et pour  $h^* = 1/6$  et  $w^* = 1/6$ .

En absence du rayonnement thermique (figure 3.a), on peut voir que le nombre de Nusselt moyen reste presque constant pour des nombres de Rayleigh inférieure à  $2.10^4$  sauf pour le rapport de forme A=0,25 où le Nusselt moyen reste stable jusqu'à une valeur de  $3.10^5$  de nombre du Rayleigh. Cette stabilité révèle la prédominance du mode de la conduction. En plus, pour un nombre de Rayleigh fixe et inferieur à  $2.10^4$ , le transfert de chaleur est amélioré par la diminution du rapport de forme. Néanmoins, nous observons le contraire pour ( $Ra \ge 3.10^5$ ) où le transfert de chaleur diminue lors de la diminution A.

En présence des échanges radiatifs (figure 3.b), le profil des courbes augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et atteint des valeurs plus élevées que celles observées dans le cas de la convection naturelle pure, ce qui confirme la contribution du rayonnement thermique.



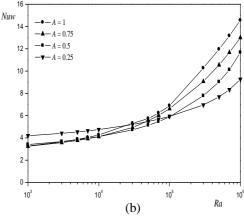


Figure 3: Nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra pour différents A et pour  $h^* = 1/6$  et  $w^* = 1/6$ : (a)  $\varepsilon = 0$ , (b)  $\varepsilon = 1$ .

#### Conclusion

Dans ce papier nous avons pu réaliser une étude sur le comportement thermique dans une enceinte triangulaire contenant une source rectangulaire interne. Nous avons pu mettre en exergue l'effet de la variation de rapport de forme de l'enceinte étudiée. Sur la base des résultats de simulation nous avons pu montrer qu'une augmentation remarquable du transfert de chaleur est due à la diminution du rapport de forme, ceci est beaucoup plus évident dans le cas du rayonnement thermique.

#### Références

- [1] K. A. Joudi, I. A. Hussein, A. A. Farhan. Computational model for a prism shaped storage solar collector with a right triangular cross section. Energy Conversion and Management. 45 (2004) 337-342.
- [2] P. M. Haese and M. D. Teubner. *Heat exchange in an attic space*. International Journal of Heat and Mass Transfer. 45 (25) (2002) 4925-4936.
- [3] M. A. R. Sharif, T. R. Mohammad. *Natural convection in cavities with constantflux heating at the bottom wall and isothermal cooling from the sidewalls*. International Journal of Thermal Sciences. 44 (9) (2005) 865-878.
- [4] R. D. Flack, T. T. Konopnicki and J. H. Rooke, *The measurement of natural convective heat transfer in triangular enclosures*, J. Heat Transfer, Trans. ASME. 101 (1979); 648-654.
- [5] Y. Varol, H. F. Oztop, T. Yilmaz, *Natural convection in triangular enclosures with protruding isothermal heater*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 50 (2007); 2451-2462.
- [6] Y. Liu and N. Phan-Thien. A complete conjugate conduction convection and radiation problem for a heated block in a vertical differentially heated square enclosure. Computational Mechanics. 24 (1999); 175-186.
- [7] N. Dihmani, S. Amraqui, A. Mezrhab, H. Naji, *Numerical modelling of natural convection radiation in a vertical vented channel*, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 27 (1), 91-100, 2013.