

## La fatigue et calcul de contraintes de pale de section variable en mode de flexion

I.ED-DOKKALI<sup>1</sup>, L. EL BAKKALI<sup>1</sup>

Equipe M2SM, UAE/E28FS  
Faculté des sciences de Tétouan,  
Université Abdelmalek Essaâdi.  
Ed-dokkali\_imane@hotmail.com  
elbakkali.larbi@gmail.com

### Résumé

Dans ce travail, nous étudions les phénomènes dynamiques sollicitant des pales de section variable. Les résultats de l'étude donne un outil de simulation qui montre la répartition des contraintes dues au mode de flexion de la pale lors de sa rotation en tenant compte à la fois des forces mécaniques (force centrifuge, d'inertie) et d'autre part, des effets aérodynamiques nécessaires pour estimer sa fatigue. La modélisation est faite par la méthode des éléments finis appliquée à deux nœuds pour l'élimination de tout type de dommage lié à ce mode. Un code sous Matlab est réalisé

**Mots clefs :** *Contraintes, pale, fatigue, méthode des éléments finis,*

### 1. Introduction

L'analyse du comportement dynamique des pales a un rôle primordial dans la conception des éoliennes, car ces pales sont soumises à des forces de vent très variables favorisant l'accumulation de fatigue. Sachant que ce phénomène est l'un des problèmes majeurs pour entraver le bon fonctionnement des éoliennes [1]. Pour estimer la fatigue des pales, le calcul de la contrainte dynamique est nécessaire. Pour le calcul dynamique, la résolution de l'équation de flexion qui est obtenu soit en utilisant la méthode de Hamilton, soit l'application de la seconde loi de Newton pour une pale ayant une forme géométrique simple, considérée comme un système continu et comme poutre de Bernoulli, hypothèse nécessaire à la résolution de l'équation des vibrations forcées se fait en utilisant la méthode de superposition modale:

$$EI \frac{\partial^4 Z}{\partial x^4} - G \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = \frac{\partial F}{\partial x} \quad (1)$$

### 2. Résolution de l'équation de flexion de la pale par la méthode des éléments finis

La distribution de z est représentée par le déplacement nodale en utilisant la fonction d'interpolation:

$$Z(x) = \{H\} \{\Delta_i\} \quad (2)$$

$\{H\}$  : Le vecteur d'interpolation qui s'exprime par:

$$\{H\} = \begin{Bmatrix} 1 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \\ \left(\frac{x}{l}\right) - 2\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \left(\frac{x}{l}\right)^3 \\ 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \\ -\left(\frac{x}{l}\right)^2 - \left(\frac{x}{l}\right)^3 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Et le vecteur de degrés de liberté d'un élément est défini comme suit:

$$\{\Delta_i\} = \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_i \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} \quad (4)$$

La substitution de la formule (2) dans l'équation (1) et l'application de la Galerkin résiduelle pondérée à cette équation (1), on obtient l'équation d'un élément suivant:

$$M_e \ddot{\Delta}_i + K_e \Delta_i = F_e \quad (5)$$

Les matrices globales du système sont obtenues par l'assemblage des matrices élémentaires.

L'équation de mouvement de la pale en absence d'amortissement est une équation de la même forme que celle d'un élément:

$$M \ddot{\Delta} + K \Delta = F \quad (6)$$

#### 2.1 Conditions aux limites

Le cas étudié concerne une pale encastree-libre.

La condition d'encastrement d'une extrémité implique l'annulation des énergies potentielle et cinétique en ce point, ceci revient à éliminer les 2 lignes et les 2 colonnes concernant ce nœud des matrices de masse et de raideur.

#### 2.2 Procédure de Solution

##### 2.2.1 Étude de mouvement libre

Le mouvement est libre lorsque la pale n'est pas soumise aux forces extérieures, ce qui signifie que l'équation (6) devient:

$$M\ddot{\Delta} + K\Delta = 0 \quad (6)$$

### 2.2.2 Etude des mouvements forcés

On utilise la méthode de superposition modale pour la résolution de l'équation (6). Le déplacement  $\Delta$  est écrit sous forme matricielle:

$$\Delta(t) = P\varphi(t) \quad (7)$$

Dans ce cas le système s'écrit comme suit :

$$\ddot{\varphi}_k(t) + \omega_k^2 \varphi_k(t) = C_k \quad (8)$$

La solution de l'équation (13) est:

$$\varphi_k(t) = \frac{C_k}{\omega_k^2} (1 - \cos(\omega_k t)) + \varphi_0 \cos(\omega_k t) + \frac{\dot{\varphi}_0}{\omega_k} \sin(\omega_k t) \quad (9)$$

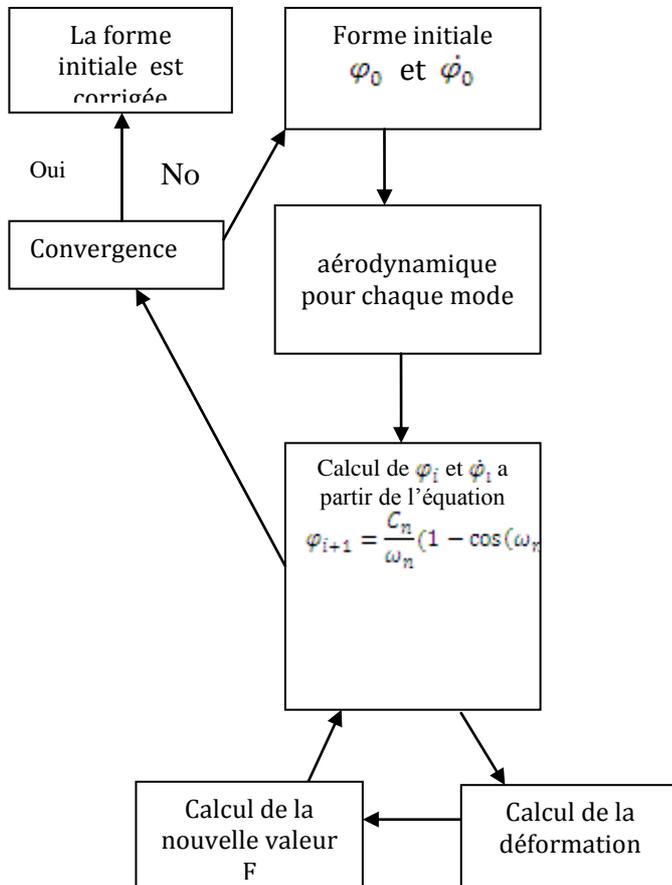


Fig.1 : L'organigramme résumant la méthode pour résoudre l'équation (6)

## 3. Calcul de contrainte normal

### 3.1 Contrainte normale du au moment fléchissant

La pale est considérée comme une poutre élastique tournant avec une vitesse angulaire constante. Pour le calcul du contrainte dû au moment fléchissant agissant sur la section S dans un point situé à une distance Y de

l'axe neutre en supposant que la pale se caractérise comme une poutre de Bernoulli est:

$$\sigma_x = -\frac{M_f Y}{I} \quad (10)$$

Avec

$$M_f = EI \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (11)$$

Calculons la contrainte au milieu de l'élément, on trouve:

$$\sigma_{x_{\max}} = -EY_{\max} / l [\theta_i - \theta_j] \quad (12)$$

### 3.2 Contrainte normale due à la force centrifuge

La contrainte normale due à la force centrifuge est donnée par l'expression suivante :

$$\sigma_G = \frac{G}{S} \quad (13)$$

Contrainte normale résultante :

$$\sigma_N = \sigma_x + \sigma_G \quad (14)$$

### 3.3 contrainte de cisaillement

Le moment de flexion est accompagné dans la plupart des cas, avec une force de cisaillement. Cela génère une contrainte de cisaillement. Cette contrainte ne génère que peu de risque de rupture et est donc généralement négligée (modèle Bernoulli).

Les efforts tangentiels sont négligeables par rapport aux contraintes de flexion normale pour une poutre dont la longueur est grande par rapport aux dimensions transversales comme le cas de la lame.

## 4. Calcul de la fatigue des pales

La fatigue est estimée en utilisant la théorie de M.A. Miner connue sous le nom " Règle du dommage linéaire cumulé », applicable aux éléments de machines soumis durant le fonctionnement à des contraintes cycliques dont l'amplitude est variable. Cette théorie est basée sur l'hypothèse que chaque cycle de fonctionnement consomme une fraction de la durée de vie de l'élément

## 5. Résultats & discussion

Pour les simulations numériques présentées ci-dessous de contrainte normale, nous allons prendre une pale qui a les caractéristiques suivantes Profil NACA 2414 creux

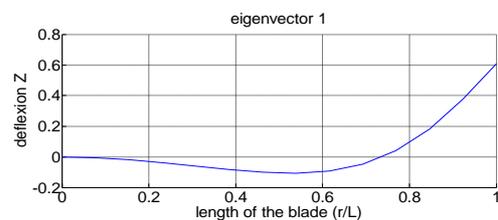


Fig.2 : mode propre 1

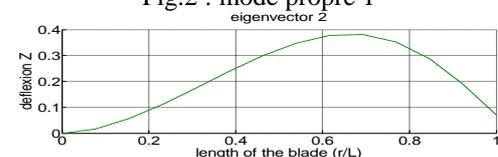


Fig.3 : mode propre 2

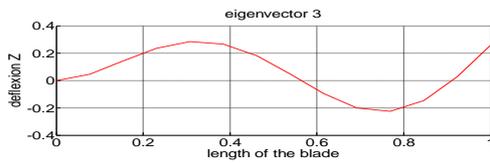


Fig.4 : mode propre 3

Parmi tous les problèmes de vibrations mécaniques, dont la fréquence la plus basse est le plus intéressant, pour cette raison, les trois premiers modes sont pris en compte

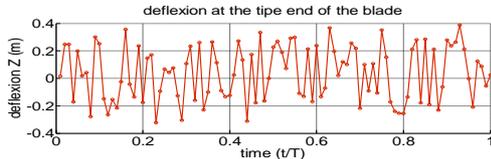


Fig.5 : déflexion de l'extrémité de la pale pour ( $\Omega = 12\text{rad/s}$ )

On Remarque que la déflexion maximal pour  $\Omega = 12\text{rad/s}$  est :  $0.3875\text{m}$

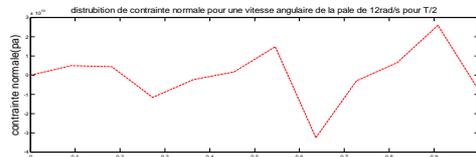


Fig.6 : Contrainte normal le long de la pale pour  $\Omega = 12\text{rad/s}$ ,  $T/2$

La pale à une vitesse angulaire constante ( $12\text{rad/s}$ ) la contrainte maximale est située à l'avant-dernier élément pour la période  $T/2$

Le tableau suivant donne les contraintes normales maximales pour ces différentes vitesses ainsi que le nombre de cycles à rupture et le nombre de cycles  $n$  subi pendant la période d'utilisation. Dans ce cas, on prend une durée de fonctionnement de 10 ans.

Vitesse du vent [m/s]	4	7	11	15
Contrainte maximale [N/m <sup>2</sup> ]	9	29	75	170
Nombre de cycles $n_i$ subi en 10 ans	$4,6 * 10^7$	$2,2 * 10^6$	$7,5 * 10^6$	$4 * 10^5$
Durée de vie $N_i$	infinie	infinie	$6 * 10^7$	$6 * 10^5$

En utilisant la formule de Miner on permet d'écrire :

$$\sum_i \frac{n_i}{N_i} = \frac{7,5 * 10^6}{6 * 10^7} + \frac{4 * 10^5}{6 * 10^5} = 0,6875$$

Selon la règle de Miner la pale peut résister à une période d'exploitation de dix ans, puisque le rapport

$$\sum_i \frac{n_i}{N_i} \text{ est inférieur à } 1$$

## 6. Conclusion & perspective :

Dans cette étude nous avons développé un modèle mathématique et l'étude des contraintes normales de pales d'éoliennes soumises aux charges aérodynamiques. Cette étude approfondie nous a permis de calculer la fatigue des pales et d'estimer la durée de vie.

### Références

[1] Chellil A.(2008) . Identification et modélisation par élément fini des charges dynamiques du rotor principale d'hélicoptère. Université de boumerdes, Faculté des sciences de l'Ingénieur.

[2] Mahri Z.L. (2007). Etude dynamique et optimisation des pales d'un aérogénérateur. Thèse de doctorat, Université Mentouri Constantine, Faculté des sciences de l'Ingénieur.

[3] CHELIREM T. (juin 2010). Etude dynamique d'une pale d'éolienne effilée. Magester. Mentouri Constantine, Faculté des sciences exactes.

[4]Ed-dokkali I., El bakkali L. Modélisation de flexibilité de la pale en utilisant la Méthodes des éléments finis.12<sup>ème</sup> congrès de mécanique 22-25 avril 2015-Casablanca, (1),

[5] A.R.S.Bramwell .(1979). Helicopter dynamics, Edt Edward Arnold.

[6]Samper.S. (1994). Comportement dynamique de poutre composite préchargée: Modélisation par éléments finis. Université Paule Sabatier Toulouse III .

[7] PAULTRE, P. (2005). Dynamique des structures. Lavoisier, first edition.

[8] Wang, Z. J. (2008). Aerodynamic efficiency of flapping flight: analysis of a two-stroke model. Journal of Experimental Biology, 211(2), 234-238.

[9] Chopra, A. K. (1995). Dynamics of structures (Vol. 3). New Jersey: Prentice Hall.

[10] Gherbi, M. T. (2010). Modélisation par éléments finis d'une pale d'hélicoptère sous chargement aérodynamique. Université Boumerdès, Faculté des sciences de l'Ingénieur.

[11]Delaplace, A., Gatuingt, F., & Ragueneau, F. (2008). Aide-mémoire de mécanique des structures- Résistance des matériaux: Résistance des matériaux. Dunod.

[12] Ed-dokkali Imane ; El Bakkali Larbi, « Modeling the Bending of the Blade Windturbine Using Finite Element Analysis », IOSR Journal of applied physics, Jul. - Aug. 2016,(8), 78-86