

Etude numérique de l'effet d'échelle sur les caractéristiques dynamiques d'un écoulement incompressible dans un micro canal

S. SISALAH¹, E.G. FILALI²

¹Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene
Laboratoire de mécanique énergétique et systèmes de conversion, BP 32 El Alia, Bab Ezzouar, Alger, Algérie
ssidali2006@yahoo.fr eg_filaliahoo.fr

Résumé

Les avis des différents chercheurs concernant le comportement hydrodynamique des écoulements monophasiques liquides en micro conduite ; diamètre hydraulique ($D_h \leq 100 \mu\text{m}$) demeurent controversés. À ces échelles, une rupture technologique à lieu et les méthodes classiques de mesure et d'usinage deviennent inadaptées. Les effets de variation du diamètre hydraulique sur les caractéristiques hydrodynamiques de l'écoulement peuvent être obscurcis par des incertitudes très grandes dans les mesures. C'est pourquoi l'approche analytique ou numérique est fortement recommandée. L'objectif de ce travail est, de lever l'incertitude qui règne quant à l'applicabilité en micro fluidique liquide, des lois classiques de l'hydrodynamique. Pour ce faire, nous avons mené une étude numérique d'un écoulement d'eau, laminaire à travers deux microcanaux lisses de section rectangulaires et de hauteur de **20.5**, **7.5** et **4.58 μm** . Les simulations numériques ont été effectués à l'aide d'un code élaboré en langage **fortran 90** basé sur la méthode volume contrôle / élément finis (**CVFEM**). Les résultats montrent un bon accord avec les lois classiques et une étude expérimentale récente, en termes de profils de vitesses et nombre de Poiseuille.

Mots clefs: micro canal rectangulaire, nombre de Poiseuille, coefficient de frottement, volume de contrôle / élément finis (**CVFEM**).

1. Introduction

Le micron fait office de transition entre les échelles conventionnelles et l'échelle des particules où règnent les phénomènes quantiques. Entre ces deux extrêmes, les lois de la mécanique des fluides ont rarement été éprouvées. Aussi une question persiste. À l'échelle du micron, les lois de référence de l'hydrodynamique sont-elles vérifiées? Depuis une dizaine d'années, cette interrogation fait l'objet d'intenses études dans le domaine de l'hydrodynamique en microconduite. L'analyse de l'ensemble de ces études, montre nettement une dispersion et une contradiction en ce qui concerne la valeur du coefficient de frottement ou le nombre de Poiseuille par rapport aux valeurs théoriques prévues par les corrélations classiques pour des microconduites lisses de diamètre hydraulique inférieure à $100 \mu\text{m}$. Certains auteurs rapportent une augmentation significative du nombre de Poiseuille par rapport à la théorie conventionnelle (Ren et al (2001) [1], Lorenzini et al (2010) [2]), Arklic et al (1994)[3], Lelea et al

(2004) [4]). Un deuxième groupe de chercheurs ont révélé qu'il n'existe pas de déviations par rapport aux lois classiques ; (Baviere et al (2004) [5], Chien-Yuh Yang et al (2012) [6]).

Des expérimentateurs suspectent l'erreur de mesure commise sur le diamètre hydraulique d'avoir été à l'origine de certaines déviations par rapport aux lois classiques. Il est à noter que la chute de pression à travers un conduit dépend du diamètre de tube à la puissance quatrième et de la hauteur de canal à la puissance troisième. Ainsi, les incertitudes sur ces dimensions influencent fortement la chute de pression mesurée.

L'objectif du présent travail est de vérifier la validité des lois classiques de l'hydrodynamique d'un «écoulement liquide dans des canaux de très faible diamètre hydraulique. Pour ce faire, nous avons mené une série de simulations numériques à l'aide d'un code élaboré en langage **fortran 90** basé sur la méthode volume de contrôle / élément finis (**CVFEM**) [7] dans trois microcanaux de hauteur **20.5**, **7.5** et **4.58 μm** Le fluide étant de l'eau. La technique numérique utilisée offre des performances en termes de convergence et précision.

2. Analyse numérique :

La plupart des études expérimentales citées dans la littérature ont été conduites avec des microcanaux de section rectangulaires à fort rapport d'aspect. Cette caractéristique, nous a permis de mener nos calculs en utilisant une simple géométrie plane bidimensionnelle de hauteur h et de longueur L . Nous considérons un écoulement d'eau, laminaire et nous adoptons les conditions aux limites présentées dans la figure (1).

Un écoulement incompressible est gouverné par les équations de continuité (1) et de quantité de mouvement (2) :

$$\text{div}(\rho.V) = 0 \quad (1)$$

$$\text{div}(\rho.V.V) = -\text{grad}P + \mu \nabla^2 V \quad (2)$$

La méthode numérique (**CVFEM**) est basée sur une discrétisation en éléments triangulaires et des volumes de contrôle polygonaux comme le montre la figure (1). Le maillage est raffiné près de la paroi dans le but de capter au maximum les gradients de vitesse qui sont très importants dans cette région. Les équations de continuité et de quantité de mouvement sont couplées en utilisant l'algorithme **SIMPLER** mais omettant l'équation de correction de pression.

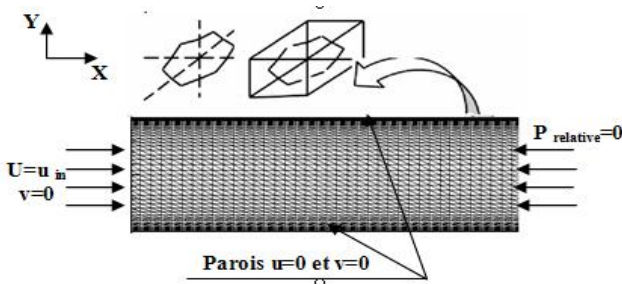


Figure 1 Géométrie, maillage et conditions aux limites

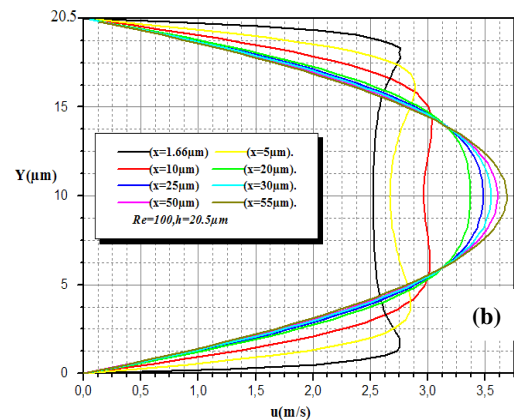
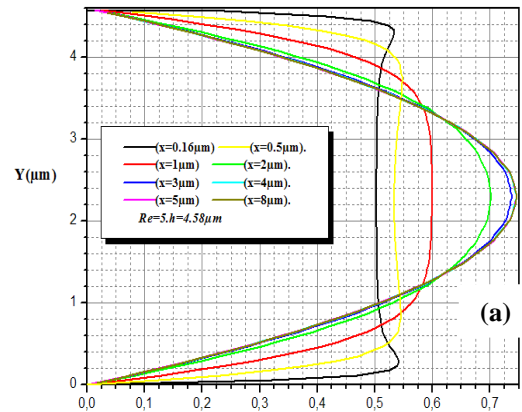
2. Résultats et discussion :

Les profils de vitesse obtenus, figure (2) sont des profils paraboliques avec une allure évolutive. La vitesse est nulle près de la paroi, et augmente pour atteindre son maximum au centre du micro canal, vérifiant ainsi la conservation de la masse. L'augmentation de la vitesse jusqu'au centre du micro canal est progressive. Elle se stabilise à des valeurs $U_{max} = 0.74$ et $U_{max} = 3.74$ pour des hauteurs, respectivement de $4.58\mu\text{m}$ et $20.5\mu\text{m}$. Rappelons que dans un canal bidimensionnel de taille conventionnelle ($D_{hyd} \geq 3\text{mm}$), la vitesse est parabolique ; maximale au centre de la conduite et prend la valeur $U_{max} = 0,75$ pour le canal de hauteur $4.58\mu\text{m}$ et $U_{max} = 3.75$ pour un canal de hauteur $20.5\mu\text{m}$. Une bonne concordance est notée entre les valeurs calculées et ceux tirés à partir de la théorie classique.

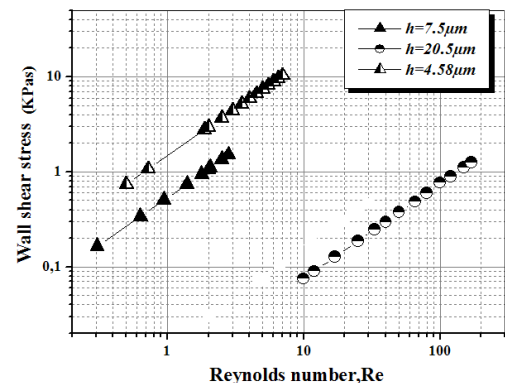
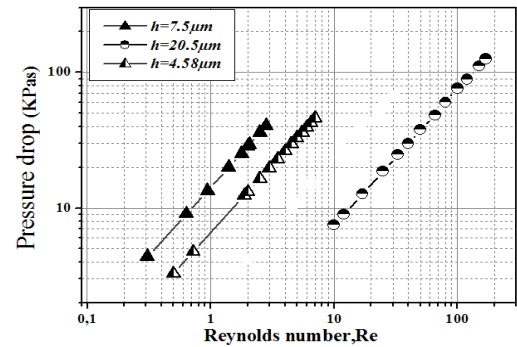
La figure (3) montre la variation de la perte de pression et la contrainte pariétale en fonction du nombre de Reynolds. On remarque que les deux paramètres varient linéairement avec le nombre de Reynolds, qui indique que l'écoulement demeure toujours laminaire dans les trois canaux sans transition précoce vers le régime turbulent observé par plusieurs chercheurs. L'augmentation du nombre de Reynolds s'accompagne d'une augmentation des forces de frottement et par conséquent une augmentation de la perte de pression et de la contrainte pariétale. C'est le même comportement observé dans les conduites de taille conventionnelle.

La figure (4) schématise la variation du nombre de poiseuille et du coefficient de frottement global, en fonction de la variation du nombre de Reynolds. Ces coefficients sont calculés dans la zone où l'écoulement est pleinement établi. Les résultats des simulations sont comparés aux résultats expérimentaux [5] et à la loi théorique $Po = C_f \cdot Re = 24$ décrivant les frottements d'un écoulement laminaire pleinement développé dans un canal bidimensionnel de taille conventionnelle.

Ces graphes démontrent assez nettement que les résultats numériques obtenus sont en bon accord avec la valeur théorique ($Po = C_f \cdot Re = 24$). Il y a une différence entre les résultats expérimentaux et numériques mais cette différence est inférieure à l'incertitude expérimentale des mesures, elle ne dépasse pas 3%. Notons que l'incertitude globale sur le nombre de Poiseuille est de $\pm 7.7\%$, $\pm 14\%$ et $\pm 9.9\%$ pour les microcanaux de hauteur respectivement 20.5 , 7.5 et $4.6\mu\text{m}$.



Figure(2) Evolution du profil de vitesse (a) $Re=5$ et $h=4.58\mu\text{m}$, (b) $Re=100$ et $h=20.5\mu\text{m}$



Figure(3) Variation de la perte de pression, et de la contrainte pariétale en fonction de Reynolds

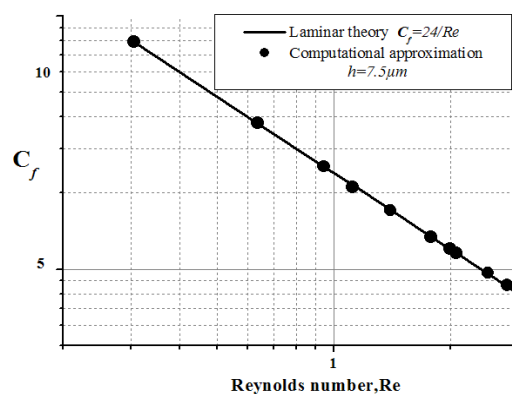
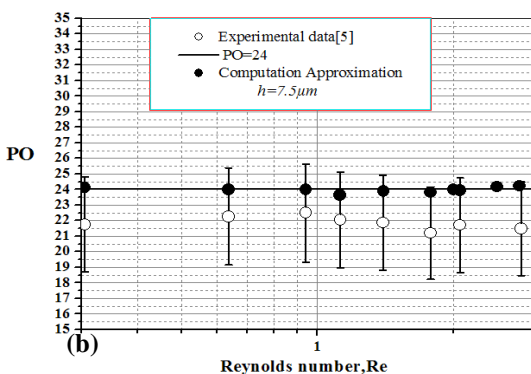
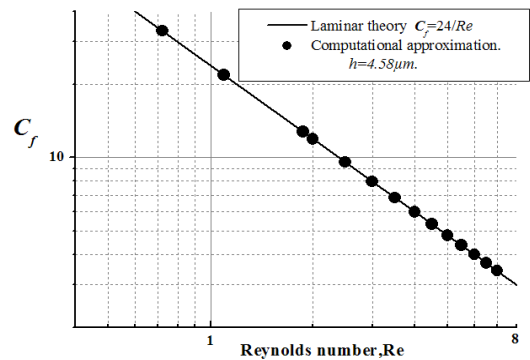
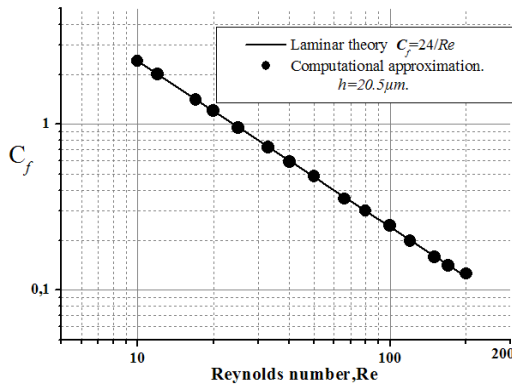
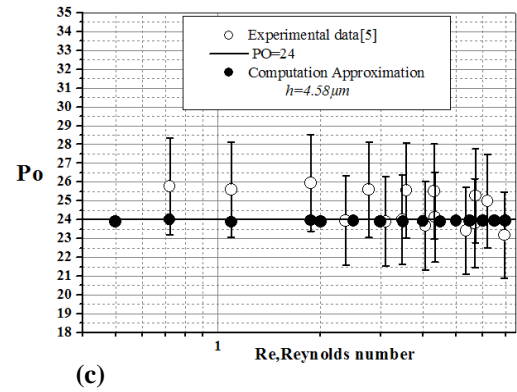
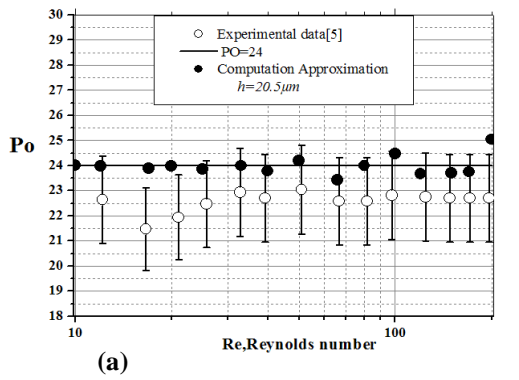


Figure (4) Nombre de Poiseuille Po et coefficient de frottement C_f en fonction du nombre de Reynolds Re pour les microcanaux (a) $h=20.5\mu m$, (b) $h=7.5\mu m$, (c) $h=4.58\mu m$

Références:

[1]L. Ren, W. Qu “Interfacial electrokinetic effects on liquid flow in microchannels”, *Int. J. Heat Mass Transfer* 44 (2001) 3125–3134.
 [2]M. Lorenzini, G. Morini, “Laminar transitional and turbulent friction factors for gas flows in smooth and rough microtubes”, *Int. J. of Thermal Sciences*, (2010), 248-255.
 [3]E.B. Arklic, K. Breuer, “Gaseous flow in microchannels”, *Application of Microfabrication to Fluid Mechanics*, 197(1994), 57–66.
 [4]D.LELEA, S. NISHIO “The experimental research on microtube heat transfer and fluid flow of distilled water”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46 (2004), 149-159.
 [5]R. Baviere, M.F. Marinet, S. Le Person “Bias effects on heat transfer measurements in microchannel flow”, *Int. J. Heat Mass Transfer* 49 (2006) 3325–3337.
 [6]C. Yang, C.Wei Chen, “Heat transfer and friction characteristics of air flow in microtubes”, *Journal of experimental Thermal and Fluid Science* 37(2012)12–18.
 [7]H.J. Saabas, B.R. Baliga, “Co-located equal-order control-volume finite element method for multidimensional incompressible fluid flow”, *Int. J. of Computation and Methodology*, 26 (1994) 381–407.

3. Conclusion

Au regard de l'évolution du profil de vitesse, du coefficient de frottement ainsi que du nombre de poiseuille, Nous concluons que l'applicabilité des lois classiques de l'hydrodynamique peut être étendue aux échelles micrométrique, du moins jusqu'aux valeurs étudiés et pour le régime laminaire.